

SEP

TNM

**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E
INVESTIGACIÓN**



**SOLUCIÓN A GRAN ESCALA DEL PROBLEMA DE
CARTERA DE PROYECTOS CARACTERIZADOS CON
MÚLTIPLES CRITERIOS**

TRABAJO DE TESIS

Presentado por
GILBERTO RIVERA ZÁRATE

Para Obtener el Grado de
DOCTOR EN CIENCIAS EN COMPUTACIÓN

Director de Tesis
DRA. CLAUDIA GUADALUPE GÓMEZ SANTILLÁN

Co-Director de Tesis
DR. EDUARDO RENÉ FERNÁNDEZ GONZÁLEZ

Tijuana, BC, Enero, 2015

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA
POSGRADO EN COMPUTACION

Asunto: Se autoriza impresión
de Trabajo de Tesis

Tijuana, B.C., 22 de Enero del 2015

C. Lic. Doroteo Luna Castañeda
Jefe del Depto. de Servicios Escolares
Presente.

En lo referente al trabajo de tesis escrito, con título "*Solución a Gran Escala del Problema de Cartera de Proyectos Caracterizados con Múltiples Criterios*", presentado por el **C. MC. Gilberto Rivera Zarate**, alumno del Doctorado en Ciencias en Computación con número de control D02071037, informamos a usted que después de una minuciosa revisión, de acuerdo con lo establecido en el reglamento vigente para este caso, nuestro dictamen es: Se aprueba en todas sus partes, en virtud de reunir los requisitos de un trabajo de grado de Doctorado y a la vez se autoriza al interesado para que proceda de inmediato a la impresión del mismo.

ATENTAMENTE


DRA. CLAUDIA GUADALUPE GOMEZ SANTILLAN
PRESIDENTE


DR. EDUARDO RENE FERNANDEZ GONZALEZ
SECRETARIO


DRA. LAURA CRUZ REYES
VOCAL


DR. OSCAR CASTILLO LOPEZ
VOCAL


DR. JUAN JAVIER GONZALEZ BARBOSA
VOCAL

c.c.p. Oficina de Titulación
c.c.p. División de Estudios de Posgrado e Investigación
c.c.p. Expediente
c.c.p. Interesado

EPMO/*inf



Declaración de originalidad

Enero de 2015, Tijuana, Baja California, México.

Yo, Gilberto Rivera Zárate, en mi calidad de autor, manifiesto que este documento de tesis es producto de mi trabajo original y que no infringe los derechos de terceros, tales como derechos de publicación, derechos de autor, patentes y similares. Por lo tanto, la obra es de mi autoría y soy titular de los derechos que surgen de la misma.

También declaro que en las citas textuales que he incluido (las cuales aparecen entre comillas) y en los resúmenes que he realizado de publicaciones ajenas, indico explícitamente los datos de los autores y las publicaciones.

Además, en caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de un tercero en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, acepto toda la responsabilidad de tal infracción y relevo de ésta a mis directores de tesis, así como al Tecnológico Nacional de México, al Instituto Tecnológico de Tijuana y a sus respectivas autoridades.

M.C. Gilberto Rivera Zárate

Resumen

La optimización de cartera de proyectos es uno de los problemas de decisión estratégica más importantes encarados por cualquier organización. Este proceso de decisión involucra múltiples criterios en conflicto, y ha sido comúnmente abordado mediante un procedimiento de dos fases. El primer paso identifica el conjunto de soluciones eficientes; el segundo paso ofrece ayuda al decisor para seleccionar sólo una solución de cartera del conjunto eficiente.

Sin embargo, algunos estudios recientes muestran las ventajas que se obtienen al optimizar hacia una región de interés (definida de acuerdo a las preferencias de aquella persona, o entidad, responsable de la decisión) en lugar de aproximar completamente la frontera de Pareto. Aunque actualmente ninguno de éstos ha tratado con fenómenos de sinergia ni de apoyo parcial.

Muy frecuentemente, la decisión no consiste solamente en seleccionar un subconjunto de proyectos, sino también en asignarles una cantidad de recursos dentro de la factibilidad presupuestal de los proyectos. En la literatura científica, los algoritmos de optimización multiobjetivo han hecho frente a esto por medio de la generación de proyectos artificiales redundantes para cada proyecto susceptible de financiamiento parcial. Desafortunadamente, si hay muchos proyectos que puedan ser apoyados en un amplio número de formas, este tratamiento provoca una fuerte sobrecarga para los métodos de optimización, causando un desempeño pobre de los algoritmos. Para mitigar estas deficiencias, se presenta en esta tesis un nuevo enfoque de solución llamado *Non-Outranked Ant Colony Optimization* (NO-ACO), el cual optimiza carteras de proyectos interdependientes con decisiones de apoyo parcial. Este enfoque también incorpora una articulación *a priori* de las preferencias del decisor basada en un modelo de sobreclasificación.

Las ventajas que ofrece esta propuesta están respaldadas por una serie de experimentos que dan evidencia de su capacidad para resolver aquellos problemas en los cuales la cantidad de recursos asignados a las propuestas seleccionadas repercute sobre los beneficios de los proyectos. Para esto, se requiere conocer la magnitud de tal repercusión o, en su defecto, aproximarla aceptablemente. Además, NO-ACO puede lidiar con efectos sinérgicos, tales como canibalización y redundancia. Este novedoso método supera al clásico enfoque de dos fases, dando evidencia razonable de su potencial para resolver problemas reales de cartera a gran escala y con muchas funciones objetivo.

Abstract

Project portfolio optimization is one of the most important strategic-decision problems faced by any organization. This decision process involves multiple conflicting criteria, and has been commonly addressed by implementing a two-phase procedure. The first step identifies the efficient solution set; the second step supports the decision maker in selecting only one portfolio solution from the efficient set.

However, several recent studies show the advantages gained by optimizing towards a region of interest (according to the decision maker's preferences) instead of approximating the complete Pareto set. However, these works have not faced synergism and partial support.

Highly often, the decision is not only to select a subset of applicant projects but also to assign a number of resources to the favored proposals within the projects' feasibilities. In the scientific literature, multi-objective optimization algorithms have addressed this issue by means of generating redundant dummy projects for each proposal that is likely to be partially funded. However, unfortunately, if there are many projects that can be supported in a large number of ways, this approach results in a large overload for the optimization methods, which provokes poor algorithmic performance. To alleviate these problems, in this thesis, a new approach called Non-Outranked Ant Colony Optimization (NO-ACO) is introduced, which optimizes interdependent project portfolios with decisions on partial support. This approach also incorporates *a priori* articulation of decision-maker preferences based on an outranking model.

The advantages offered by this proposal are supported by a series of experiments that provide evidence of its capacity for solving those problems in which the level of resources allocated to the selected projects has an impact on their expected benefits. The magnitude of this impact has to be known or acceptably approximated. Moreover, NO-ACO can deal with synergism and its variants, such as cannibalization and redundancy. This novel method outperforms the two-phase approach, providing reasonable evidence of its potential for solving real-world high-scale problems with many objectives.

Agradecimientos

Doy gracias a mi asesora en esta investigación, Dra. Claudia Guadalupe Gómez Santillán, por su valioso apoyo, por todos sus consejos y por la comprensión que ha mostrado hacia mi persona. Mi agradecimiento más sincero para usted por su hospitalidad, por todo el tiempo que hemos compartido desde aquel ya lejano proyecto de maestría y por despertar en mí ese espíritu férreo que la caracteriza.

Agradezco profundamente a mi asesor en la Universidad Autónoma de Sinaloa, Dr. Eduardo René Fernández González, porque este trabajo no hubiera sido posible sin su dirección. Gracias por confiar en mi persona e invertir su conocimiento, su esfuerzo y su tiempo en mi formación doctoral. Su dirección, su experiencia, sus agudas observaciones y su apoyo fueron indispensables en cada una de las etapas de esta investigación.

Gracias Dra. Laura Cruz Reyes por sus sabios consejos durante mis estudios de posgrado. Siempre recordaré que fue usted quien me introdujo, hace ya algunos años, al mundo de las ciencias de la computación. Y así, cambió el rumbo que yo había planeado para mi vida laboral. Nunca olvidaré las lecciones aprendidas de usted.

Asimismo, es justo reconocer el trabajo del comité que evaluó esta tesis doctoral, la cual fue llevada a un mejor estado gracias a sus críticas constructivas, sus alentadores comentarios y su análisis a conciencia.

Reconozco agradecidamente el apoyo de las instituciones públicas que hicieron posible este trabajo: el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), el Programa de Mejoramiento del Profesorado (PROMEP), el Tecnológico Nacional de México, el Instituto Tecnológico de Tijuana y, sobre todo, mi segunda casa: el Instituto Tecnológico de Ciudad Madero.

Gracias a mi esposa por su apoyo incondicional en esta etapa de mi formación, por su valiosa ayuda durante la edición final de este documento. Eres mi ayuda idónea, la compañera que alegra mi diario vivir. Agradezco también a toda mi familia por la paciencia y comprensión que han tenido para mí desde la infancia. Nunca podré expresar con palabras todo lo que les debo, son mi respaldo y soporte cada día de mi vida.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivaciones	1
1.2. Justificación	3
1.3. Antecedentes	4
1.4. Objetivos de investigación	4
1.4.1. Objetivo general	5
1.4.2. Objetivos particulares	5
1.5. Alcances y delimitaciones	5
1.6. Organización del documento	6
2. Fundamentos teóricos	9
2.1. El problema de cartera: antecedentes y marco conceptual	9
2.2. La optimización multiobjetivo	12
2.3. Incorporación de preferencias en metaheurísticos	16
3. Antecedentes relevantes en la literatura científica	19
3.1. Una reseña de los enfoques de optimización de cartera	19
3.2. Análisis comparativo de los enfoques metaheurísticos	25
4. Descripción del problema	27
4.1. El problema de cartera de proyectos	27
4.2. El modelo de optimización para el problema de cartera con apoyo parcial	29
4.2.1. Representación de las características generales del problema	29
4.2.2. Representación de los proyectos	30
4.2.3. Representación de las carteras	31
4.2.4. Representación de las restricciones estratégicas	33

4.2.5. Planteamiento del problema de optimización	34
4.3. La mejor cartera de acuerdo a Fernandez et al. (2011)	35
4.4. Algunas observaciones notables	38
5. Propuesta de solución	39
5.1. Una descripción general de NO-ACO	40
5.2. Representación de la feromona	41
5.3. Generación de la población inicial	41
5.4. Evaporación de la feromona	44
5.5. Intensificación de la feromona	45
5.6. Construcción de carteras	45
5.6.1. Conocimiento heurístico o local	46
5.6.2. Conocimiento global o aprendizaje	47
5.6.3. Regla de selección	47
5.6.4. Regla de asignación	49
5.7. Búsqueda local	51
5.8. Descripción algorítmica de NO-ACO	54
5.9. Ajuste de los parámetros de NO-ACO	57
6. Validación experimental	61
6.1. Estudio sobre la efectividad de NO-ACO	61
6.1.1. Descripción del caso de estudio	62
6.1.2. Resultados experimentales	62
6.1.3. Eficiencia respecto a otros enfoques multiobjetivo	64
6.2. Optimización de cartera con decisiones de apoyo parcial	66
6.2.1. Descripción del caso de estudio	67
6.2.2. Resultados experimentales	68
6.3. Resolución de casos a mayor escala	71
6.3.1. Descripción del caso de estudio	71
6.3.2. Resultados experimentales	71
6.4. Efecto de la hibridación con ILP	75
7. Conclusiones y trabajo futuro	79
7.1. Conclusiones	79

7.2. Difusión de la investigación doctoral	80
7.3. Trabajo futuro	81
A. El cálculo de $\sigma(x, y)$ mediante ELECTRE III	83
A.1. ELECTRE III	83
A.2. Ejemplo numérico	85

Índice de tablas

3.1. Comparación de los algoritmos metaheurísticos multiobjetivo aplicados a la selección de proyectos	26
5.1. Descripción de los parámetros de NO-ACO	58
6.1. Análisis de eficiencia para instancias con 25 proyectos y cuatro objetivos	63
6.2. Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias pequeñas	63
6.3. Análisis de eficiencia para instancias con 100 proyectos y nueve objetivos	65
6.4. Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias medianas	66
6.5. Resultados de NO-ACO en instancias con apoyo parcial	70
6.6. Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias medianas con apoyo parcial	70
6.7. Resultados de NO-ACO sobre instancias de 500 proyectos y 16 objetivos con apoyo parcial	72
6.8. Análisis de las carteras de NO-ACO	74
6.9. Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias grandes con apoyo parcial	75
6.10. Resultados de NO-ACO con y sin hibridación con ILP	77
A.1. Información de diez proyectos de un problema de cartera	85
A.2. Descripción de tres posibles carteras para el problema	86

Índice de figuras

2.1. Ejemplo de frontera de Pareto para problemas con dos objetivos	14
2.2. Cambio en la dirección de búsqueda inducido por la incorporación de preferencias en un algoritmo de optimización multiobjetivo	16

- 6.1. Calidad de la población inicial de NO-ACO cuando se genera mediante: 1) la metaheurística pura, y 2) ILP 76
- 6.2. Tiempo de cómputo consumido por el metaheurístico puro y el híbrido 77

CAPÍTULO 1

Introducción

ESTA tesis constituye una aportación a la resolución de problemas de optimización de cartera de proyectos. Aquí, se introduce un enfoque metaheurístico híbrido con programación matemática y enriquecido con las preferencias del decisor. Dicho enfoque fue especialmente concebido para tratar con las problemáticas que emergen al considerar casos con sinergia y financiamiento parcial. Este problema es especialmente desafiante bajo la presencia de muchas funciones objetivo.

En las secciones de este capítulo se presenta un panorama general de la tesis, exponiendo las razones que motivaron su realización, así como la justificación, los antecedentes y los objetivos de esta investigación doctoral.

1.1. Motivaciones

Cualquier organización, independientemente de su giro, debe evolucionar hacia estadios superiores si es que desea subsistir en entornos que están siendo cada vez más competitivos y, frecuentemente, desfavorables. Así, cuando una organización adquiere conocimiento y tiene la capacidad para interpretarlo ventajosamente, debe actuar conforme a él, siguiendo comprometidamente una estrategia que le permita arribar al tan anhelado estatus.

Por esta razón, muchas organizaciones enfrentan periódicamente problemas complejos de decisión estratégica. Su resolución repercute fuertemente en el bienestar de la organización, ya que comprometen una cantidad considerable de recursos y establecen un curso de acción en el mediano y/o largo plazo. Por consecuencia, estas decisiones no deberían tomarse apresuradamente, sino que tendrían que ser el resultado de un análisis minucioso de las consecuencias de las alternativas disponibles.

La alta administración es responsable de tales decisiones, ya sea que directamente decida sobre éstas, o designe a una entidad (una persona o un grupo) que sugiera cuál decisión tomar según los intereses de la organización. Por lo tanto, cual sea el caso, deberíamos aceptar la re-

levancia de tal entidad decisora[†] en la búsqueda de una resolución integral y satisfactoria para esta clase de problemas.

La selección de cartera de proyectos es uno de los problemas estratégicos con mayor trascendencia, tanto en el sector privado como en el público. A este aspecto, los líderes de la industria reconocen que su éxito se basa en la correcta selección de proyectos de investigación y desarrollo (Kleinmuntz, 2011), guardando la expectativa de que estos proyectos habiliten el desarrollo de productos innovadores que retribuyan más allá del recurso invertido. En cuanto al sector público, el gobierno sistemáticamente apoya programas de mejora social y proyectos en beneficio de la educación. Asimismo, la administración pública —en su lucha contra la pobreza— financia muchos programas de asistencia social. Aunado al creciente interés por parte de gobiernos locales para financiar proyectos de regulación ambiental, con la intención de revertir —en algún grado— las consecuencias de la actividad humana (Salo et al., 2011).

Por lo general, las organizaciones cuentan con más ideas para proyectos que recursos (económicos, humanos, tecnológicos, etc.) para implementarlos. Cuando los recursos son tan escasos que únicamente puede aceptarse una de las ideas propuestas, el problema se reduce a seleccionar la mejor de las opciones. Pero si los recursos lo permiten, el problema consiste en seleccionar un subconjunto de ellas que, en su combinación, sea la que genere la mayor contribución a las metas organizacionales. Así, el impacto de una cartera se describe típicamente a través de múltiples atributos relacionados estrechamente a la estrategia organizacional.

Repartir adecuadamente el presupuesto puede convertirse en una tarea sumamente compleja debido a varios factores:

- 1) la existencia de múltiples objetivos en conflicto, algunos de ellos suelen ser de naturaleza cualitativa (cf. Fernandez et al., 2011, 2013);
- 2) la cantidad de carteras eficientes (según la noción de dominancia de Pareto) suele ser muy alta, incluso para unas cuantas decenas de proyectos (cf. Doerner et al., 2004; Stummer & Heidenberger, 2003);
- 3) el seleccionar satisfactoriamente una sola cartera —inclusive de entre un conjunto relativamente pequeño de alternativas— demanda un esfuerzo cognitivo de tal magnitud que sobrepasa las capacidades de un DM promedio (cf. Marakas, 1998; Miller, 1956);
- 4) cuando existen interacciones relevantes entre los proyectos, éstas deberían considerarse (cf. Reiter, 2010; Rivera et al., 2013); y
- 5) se deben tener en cuenta los elementos de riesgo y de conocimiento impreciso acerca de las consecuencias de los proyectos (cf. Klein & Bawa, 1976; Markowitz, 1952).

Los numerales 1–3 toman una relevancia particular cuando el problema involucra muchos objetivos (típicamente, cinco o más). Además, estas dificultades se agravan —aún más— al contemplar fenómenos de financiamiento parcial. En la literatura científica, estos casos han sido

[†] en este documento, la entidad decisora será llamada simplemente *decisor* o DM (*Decision Maker*), como se identifica en la jerga de las ciencias económicas y de la decisión.

abordados por medio de algoritmos de optimización que consideran que cada propuesta (susceptible al financiamiento parcial) puede desdoblarse en varias versiones —cada una con sus propios niveles de insumos y beneficios— y sólo una de ellas puede ser apoyada (e.g. Carazo et al., 2011; Doerner et al., 2006; Liesiö et al., 2008, 2007). Desafortunadamente, esta modelación está limitada a problemas de pequeña y mediana escala, dada la complejidad exponencial del problema respecto al número de proyectos (tanto reales como artificiales).

Si bien es cierto que el financiamiento parcial es un fenómeno bastante recurrente en casos reales de cartera, éste es todavía un problema desafiante para los métodos de optimización existentes. Presumiblemente, ésta es la causa por la que ha sido abordado sólo de soslayo. La ausencia de un método efectivo para esta clase de problemas fue el motivo para proponer el desarrollo de una herramienta que dé soporte al DM cuando encara estas importantes, pero difíciles decisiones.

1.2. Justificación

En la práctica, la notable mayoría de las organizaciones renuncia a encontrar la “mejor” cartera, adoptando un principio de racionalidad acotada. Así, aplican procedimientos y heurísticas que resultan en “buenas” carteras, pero que muy probablemente —desde la óptica de la optimización global— están lejos de ser la solución óptima incluso para problemas pequeños.

Tales prácticas están tan arraigadas en la cultura organizacional que, en parte por costumbre y en parte por simplicidad, continúan vigentes a pesar de su clara incapacidad para resolver estos problemas de manera eficaz. Podemos encontrar en la literatura científica varios estudios que señalan esta problemática. Éstos sugieren procedimientos de optimización que ofrecen una mejor precisión (e.g. Carazo et al., 2011; Doerner et al., 2006; Liesiö et al., 2007); empero, su operabilidad es cuestionable si se consideran, entre otros aspectos, decisiones de apoyo parcial.

Son muy pocos los trabajos que soportan problemas con esta particularidad (e.g. Carazo et al., 2011, 2010; Doerner et al., 2004, 2006). Incluso aquéllos que sí lo hacen, han sido aplicados considerando apenas unos cuantos proyectos susceptibles de apoyo parcial (a lo sumo seis) con sólo unos pocos niveles de financiamiento (hasta cinco).

Tales limitantes dejan sin cobertura a un amplio rango de problemas de cartera. Por citar un ejemplo, la Unión Europea lanzó —del 2008 al 2013— varias convocatorias para suministrar fondos a proyectos encauzados a la salud pública (EU Health Programme, 2011). En la mayoría de los casos, las propuestas favorecidas recibieron recursos que cubrían sólo una fracción de sus requerimientos presupuestarios (del 60 % al 80 %). Ofrecer flexibilidad en el nivel de apoyo asignado a las propuestas es una capacidad poco explorada, aun por los métodos más recientes de la literatura. En tales circunstancias, el DM —aunque desea encontrar la mejor cartera (o en su defecto, una cartera aceptablemente cercana a la óptima)— se ve obligado a reincidir en el uso de los arcaicos procedimientos organizacionales.

Aquí, el gran reto es ofrecer al DM una herramienta de optimización robusta, efectiva y conveniente; la cual le permita una mejor distribución de los recursos. En esta tesis se describe un proyecto de investigación que representa un avance decisivo en el desarrollo de dicha herramienta.

1.3. Antecedentes

Esta investigación es parte de un proyecto de red PROMEP (Programa de Mejoramiento del Profesorado) que involucra a la Universidad Autónoma de Sinaloa (UAS), la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), la Universidad de Occidente (UdeO) y el Instituto Tecnológico de Ciudad Madero (ITCM). Los cuerpos académicos de estas instituciones, bajo el nombre de “Red θ de optimización y apoyo a la decisión”, han colaborado desde 2009 en la construcción de una herramienta, tan general como sea posible, para la optimización de cartera de proyectos financiados por grandes organizaciones.

Ciertamente, parte de la dificultad del problema radica en su carácter multidisciplinar. Solucionarlo integralmente requiere la confluencia de las ciencias matemáticas (estadística, programación matemática, lógica borrosa), ingenieriles (sistemas, computación), híbridas (análisis de la decisión, inteligencia artificial) y administrativas. Este hecho propició el acercamiento entre investigadores de estas universidades. La Red θ está compuesta por los cuerpos académicos: “Sistemas de Apoyo a la Toma de Decisiones” de la UAS, “Ingeniería en Sistemas” de la UANL, “Administrativos” de la UdeO y “Optimización Inteligente” del ITCM.

En este proyecto de red, una de las líneas de investigación es la optimización de cartera con muchas funciones objetivo a través de procedimientos metaheurísticos. Así, bajo el abrigo de la Red θ , esta investigación doctoral parte de los resultados obtenidos en los trabajos que le anteceden. En esta tesis se plantea un enfoque metaheurístico híbrido especialmente adaptado a problemas de cartera con fenómenos de sinergia y financiamiento parcial. Al contemplar tales características, el trabajo de esta tesis es un complemento a la investigación precedente y, a su vez, constituye un avance en las metas planteadas por este grupo de investigadores.

1.4. Objetivos de investigación

A continuación se presenta el objetivo general y los objetivos específicos planteados para esta investigación.

1.4.1. Objetivo general

Diseñar e implementar un método de optimización de carteras multicriteriales, el cual proporcione soluciones de acuerdo a las preferencias del DM y ofrezca la capacidad para tratar problemas con:

- 1) muchas funciones objetivo;
- 2) interacciones sinérgicas entre los proyectos; y
- 3) decisiones de financiamiento parcial.

1.4.2. Objetivos particulares

Los objetivos específicos que favorecerán el cumplimiento del objetivo general son:

- 1) Generar camas de prueba, formadas por instancias que posean las características que se desean abordar.
- 2) Implementar técnicas que permitan el manejo de efectos sinérgicos en la optimización de cartera.
- 3) Diseñar y desarrollar un tratamiento para el financiamiento parcial dentro de la optimización de cartera.
- 4) Verificar la eficiencia de la propuesta en contraste con los métodos del estado del arte.
- 5) Analizar el comportamiento de la propuesta en la gran escala (varias centenas de proyectos y más de diez funciones objetivo).
- 6) Ajustar los parámetros de los modelos propuestos.

1.5. Alcances y delimitaciones

El modelo descrito en esta tesis está circunscrito a aquellos casos de optimización de cartera estacionaria para los cuales:

- a) el DM está dispuesto a invertir el tiempo necesario para alcanzar una representación aceptable de sus preferencias;
- b) no es apremiante que el tiempo de cómputo sea *on-line*; y
- c) el financiamiento incompleto de los proyectos provoca una pérdida en las funciones objetivo, y ésta puede aproximarse aceptablemente mediante funciones que asocien el consumo de recursos con la generación de beneficios.

Respecto al inciso a), el enfoque de solución de esta tesis demanda un esfuerzo cognitivo por parte del DM antes del proceso de optimización, a diferencia de la modelación *a posteriori*, frecuentemente sugerida en la literatura científica (tal enfoque *a posteriori* se complica, particularmente, cuando se consideran muchos objetivos). En cuanto al inciso b), esta condición se cumple, especialmente, cuando se trata de problemas de decisión estratégica.

Por otro lado, la aplicación del método propuesto se extiende a problemas de cartera con:

- a) cientos de proyectos compitiendo por recursos;
- b) más de una docena de funciones objetivo;
- c) varios tipos de recursos a repartir;
- d) diversas restricciones presupuestarias (respecto a la distribución del recurso sobre diferentes regiones, clases, estratos, etc.);
- e) múltiples interacciones entre los proyectos (sinergias respecto a recursos y a beneficios; así como fenómenos de exclusión y redundancia entre proyectos); y
- f) capacidad de apoyo parcial para todas las propuestas.

1.6. Organización del documento

Este documento de tesis está estructurado de la siguiente manera:

- Capítulo 2: Se dedica esta porción del documento para introducir los fundamentos teóricos que facilitarán la apreciación de la tesis. Aquí convergen ideas y teorías de diversas disciplinas (investigación de operaciones, análisis de la decisión para carteras, optimización vectorial, entre otras) que permiten contemplar, desde un punto de vista más integrador, la aportación de esta investigación doctoral.
- Capítulo 3: Con un enfoque crítico, este capítulo contiene una revisión de los métodos de optimización de cartera, desde aquellos modelos que dominaron la segunda mitad del siglo XX (el enfoque costo-beneficio y la programación por metas) hasta los líderes actuales en la literatura (técnicas metaheurísticas y de programación matemática). A partir de este análisis, se detectan algunas áreas de oportunidad que requieren una investigación más profunda. Para concluir, se discute por qué esta tesis es una contribución al cuerpo de estudios de la literatura especializada.
- Capítulo 4: Aquí, el problema de selección de proyectos es representado formalmente por medio de un modelo de optimización multicriterio. Esta modelación posee propiedades que permiten una mejor representación para cierta clase de problemas. En este capítulo se enfatizan estas nuevas características y, finalmente, se plantean las consecuencias que conlleva su aplicación (en comparación a los modelos precedentes).
- Capítulo 5: Éste proporciona información detallada acerca del enfoque de solución desarrollado en esta tesis. Cada uno de sus procesos, etapas y cálculos son descritos mediante expresiones matemáticas y procedimientos algorítmicos. Antes de finalizar, se analizan algunas implicaciones —en cuanto a los valores de los parámetros— precisadas para aplicar el método de manera apropiada.
- Capítulo 6: A lo largo de este capítulo se describen los casos de estudio diseñados para validar el logro de los objetivos de investigación. Asimismo, se presentan y analizan los

resultados obtenidos, los cuales constituirán la evidencia que respalde las afirmaciones expresadas en el capítulo final.

- Capítulo 7: Este apartado de la tesis presenta —a manera de conclusión— las aportaciones derivadas del trabajo de investigación. Se discuten las razones para considerar a este enfoque como innovador, eficaz y potencialmente aplicable. El capítulo finaliza con una lista de nichos que podrían ser abordados en investigaciones posteriores y que darían continuidad a este estudio doctoral.

CAPÍTULO 2

Fundamentos teóricos

MEDIANTE este capítulo se introducen algunos elementos de la teoría y la terminología en el dominio de esta investigación. Primeramente, se presenta el marco teórico asociado al problema de cartera de proyectos. Se prosigue con la descripción de los conceptos propios de la optimización vectorial. Finalmente, se concluye con una breve exposición acerca de las alternativas para incorporar preferencias dentro de la optimización metaheurística.

2.1. El problema de cartera: antecedentes y marco conceptual

Los problemas de distribución de recursos son tan ubicuos como la actividad humana. Los hombres (como entes aislados) y las organizaciones (de cualquier índole) son incapaces de llevar a cabo todos los proyectos que idean, principalmente por el carácter finito de los recursos, ya sean fondos, capacidad o tiempo. Y es que, prácticamente, los proyectos siempre requieren recursos. La organización encara entonces el problema de cómo distribuirlos entre estas actividades transformadoras. En este contexto, un proyecto no es más que la búsqueda de una solución inteligente a un problema que intenta resolver una necesidad humana (Sapag & Sapag, 2008).

El *Análisis de la Decisión para Carteras* (ADC) es un cuerpo de teorías, métodos y prácticas, el cual aspira a ayudar a los actores de los procesos de decisión a seleccionar un subconjunto de acciones de entre un conjunto grande de ellas. Para lograrlo, se vale de la modelación matemática para lidiar con restricciones relevantes, preferencias, incertidumbre e imprecisión (Salo et al., 2011). Éste engloba los modelos de selección más representativos:

- la teoría y los métodos de optimización de la cartera financiera (e.g. Markowitz, 1952);
- los modelos de distribución presupuestal al interior de las organizaciones (e.g. Brealey & Myers, 2002); y
- los modelos cuantitativos para la selección de proyectos de investigación y desarrollo (e.g. Kloeber, 2011; Toppila et al., 2011).

Pero el ADC es mucho más abarcador. Prácticamente, todo problema de selección de acciones y distribución de recursos puede plantearse dentro del ámbito del ADC. Por citar algunos ejemplos: la repartición del presupuesto en la política pública, la formación de *staff* en empresas, la constitución de equipos deportivos, la selección de alumnos en los procesos de admisión y el diseño de sistemas compuestos por elementos elegibles.

Este ADC se ha venido construyendo por décadas, sobre todo a través de numerosas aplicaciones prácticas, destacadamente en los campos de la industria farmacéutica, producción de petróleo y gas, y el área militar (Kleinmuntz, 2011). Aunque exitosas, muchas de éstas son aplicaciones *ad-hoc*, y no aportan sustancialmente a la teoría y a la generalización metodológica del ADC. Aunque el ADC es, sin lugar a dudas, uno de los temas cruciales de las ciencias de la administración, sus métodos y teorías se reflejan débilmente en la literatura científica (cf. Kleinmuntz, 2011; Salo et al., 2011).

En la opinión de Salo et al. (2011), esto se debe parcialmente a la naturaleza multidisciplinar del ADC, la cual ha favorecido la dispersión de los trabajos que le conciernen entre revistas científicas de muy diferentes disciplinas. De un modo u otro, se manifiesta la necesidad de generar una metodología coherente, que aproveche los avances recientes del análisis de la decisión multicriterio (*Multi-Criteria Decision Analysis*, MCDA), de las metaheurísticas para la optimización multiobjetivo, de la programación matemática y de la tecnología de los sistemas de apoyo a la decisión.

La dificultad de los problemas abordados por el ADC radica en alguno de los siguientes factores:

- 1) **Gran dimensión del espacio de entrada.** Éstos son problemas de decisión donde la cantidad de alternativas posibles sigue un orden exponencial respecto al número de acciones. El número de alternativas se incrementa si —para cada acción— la decisión no se restringe exclusivamente a apoyar o no, sino también a determinar la cantidad de recursos asignados.
- 2) **Valoración multidimensional de las consecuencias de las acciones y de las carteras.** Generalmente se requiere una descripción multicriterio del impacto de las alternativas. En presencia de múltiples atributos no es posible valorar la calidad de las soluciones sin admitir el rol que juegan las preferencias del DM. Así —en una visión multicriterio— el concepto de “mejor solución” va más allá de las propiedades de las funciones matemáticas que intervienen en el problema. En ocasiones el espacio de salida es bi o tridimensional; pero, indiscutiblemente, existen problemas más complejos (cf. Fernandez et al., 2013; Hallerbach et al., 2004) en lo que a cantidad de atributos se refiere.
- 3) **Interdependencias complejas entre las acciones.** Estas últimas compiten por los recursos, pero algunas pueden compartirlos, haciéndose más ventajosas cuando son apoyadas conjuntamente. A veces hay incompatibilidad de acciones en la misma cartera o una redundancia innecesaria entre algunas. Además, es común que existan condiciones de dependencia temporal. Asimismo, es muy frecuente que se manifieste sinergia en subconjuntos de acciones y

que, por ende, la contribución combinada de ellas —a las medidas de la cartera— sea mayor que la suma de sus contribuciones separadas. Puede ocurrir también el fenómeno contrario (denominado *canibalización*), cuando un grupo de acciones genera un beneficio inferior a aquél esperado cuando eran consideradas como acciones independientes.

- 4) **Información cualitativa, imprecisa o incierta.** La información cualitativa es difícilmente manejable por los métodos de optimización. Es frecuente que no se conozca con exactitud el aporte de las acciones a las medidas de la cartera. Tal imprecisión proviene, ya sea del desconocimiento de los estados futuros de la naturaleza (incertidumbre probabilística), o de la simple escasez de información (vaguedad) que, en rigor, no es modelable por distribuciones de probabilidad. También puede ser vaga la información sobre el tiempo de completamiento de las acciones y los recursos necesarios para ellas.
- 5) **Dinamicidad en la asignación de recursos.** Las decisiones de apoyo y los recursos disponibles se distribuyen en el tiempo. Los recursos sobrantes de un periodo pueden ser utilizados en otro, respetando las condiciones de precedencia temporal y modelando todo lo que esto implica.
- 6) **Pluralidad en el proceso de decisión.** Los problemas estratégicos de las organizaciones no se resuelven por una sola persona. Generalmente envuelven múltiples actores: expertos que suministran información sobre las acciones, sus recursos y sus consecuencias; directivos responsables de las decisiones finales; actores con derecho al voto; y otros participantes cuya opinión debe ser tomada en cuenta. La existencia de sistemas de valores en conflicto dentro de la entidad decisora produce vaguedad en la información, lo cual provoca preferencias mal definidas. Optimizar en tales circunstancias es severamente complicado, ya que un método de optimización, cual sea, necesita una definición precisa de qué es una solución al problema y cómo puede hacer comparaciones entre ellas.

Incluso la combinación de pocos de estos aspectos da lugar a problemas de enorme complejidad que carecen de antecedentes de solución. No es de extrañar entonces que en sus problemas de distribución las organizaciones se rijan por el conocido principio de la racionalidad acotada de Simon (1957):

«La capacidad de la mente humana para formular y resolver problemas complejos es muy pequeña en comparación con la magnitud de los problemas cuya solución se requiere para una conducta objetivamente racional en el mundo real, o incluso para una aproximación razonable a tal racionalidad objetiva».

Tal modelo de racionalidad acotada se basa en dos suposiciones:

- los decisores ni siquiera intentan identificar la solución óptima, sino que escogen la primera alternativa que parece satisfacer sus niveles de aspiración; y
- los decisores utilizan heurísticas que reducen los grandes problemas a formas más simples, de modo que puedan cumplir más rápida y fácilmente su tarea.

Esta racionalidad práctica describe el comportamiento de los humanos ante problemas en que no pueden aplicar su natural tendencia de maximizar logros. Bajo esta justificación, las organizaciones —al confrontar problemas de cartera— aplican procedimientos que operan sobre modelos simplificados. En este rubro, dos de las heurísticas de mayor difusión son:

- A partir de N acciones que compiten por recursos, el problema se descompone en N subproblemas más pequeños. En cada subproblema se decide para cada proyecto en particular, si apoyarlo o no. Su principal inconveniente es que no se considera el impacto global de la cartera y que, además, requiere la completa independencia de las acciones.
- Simplificar y convertir el problema de cartera en uno de ordenar el conjunto de acciones según las preferencias del DM. Este *ranking* puede obtenerse empleando algún método del MCDA (e.g. Brans & Mareschal, 2005; Figueira et al., 2005; Roy, 1996). Aceptando la suposición de que las mejores acciones conforman una buena solución de cartera, ésta puede constituirse a partir de los proyectos posicionados en el *top* del *ranking*. Empero, no se toma en cuenta el impacto conjunto de la cartera sobre los objetivos de la organización.

Estas heurísticas “voraces” forman carteras a partir de los proyectos mejor valorados individualmente; pero es bien conocido que esto no garantiza una solución óptima global aun suponiendo total independencia entre las acciones. A pesar de este hecho, ofrecen tal grado de simplificación al problema que, aparentemente, rescatan un buen compromiso entre esfuerzo y calidad. Sin embargo, como toda práctica, debe ser sometida al estado actual de la tecnología. Su validez puede cuestionarse al contemplar el incesante aumento en la capacidad de procesamiento de la información. Y si bien la capacidad de la mente humana sigue siendo “muy pequeña en comparación con la magnitud de los problemas”, ella se potencia a través de modelos que exploran computacionalmente espacios de soluciones de tamaño exponencial.

En líneas muy generales, esta investigación doctoral constituye un avance en los numerales 1–3 discutidos anteriormente, desarrollando un método que trata con estas problemáticas y propicia una metodología que enriquece la literatura del ADC. Además, se dan avances para lograr —gradualmente— una solución integral para este problema crucial en la investigación operativa y en las ciencias de la administración.

2.2. La optimización multiobjetivo

En muchas disciplinas surgen problemas que involucran la optimización de múltiples objetivos. De hecho, la optimización de un vector de funciones objetivo no es una idea tan reciente como suele creerse. Stadler (1986) indica que la optimización multiobjetivo es una parte inherente del equilibrio económico y, por lo tanto, puede rastrearse al menos desde el siglo XVIII, en el clásico *La riqueza de las naciones* (Smith, 1776).

Una de las definiciones más aceptadas para problema de optimización multiobjetivo[†] (*Multiobjective Optimization Problem*, MOP) es aquella planteada por Osyczka (1978), en donde éste es concebido como el problema de encontrar:

«un vector de variables de decisión que satisfacen restricciones y optimizan una función vectorial cuyos elementos representan a las funciones objetivo. Estas funciones forman una descripción matemática de los criterios del desempeño, los cuales están usualmente en conflicto. Aquí, el término “optimizar” significa encontrar una solución tal que sus valores en todas las funciones objetivo son aceptables para el decisor».

Teniendo varias funciones objetivo, el concepto de “óptimo” cambia, ya que —a diferencia de la optimización convencional— el objetivo es encontrar un buen compromiso para el DM. La noción de optimalidad más popular tiene sus raíces en la literatura de las ciencias económicas, la cual fue generalizada —por vez primera— por el economista Vilfredo Pareto (Pareto, 1896). Éste parte de un principio llamado *dominancia*: una solución x domina a una solución y si y sólo si x supera a y en al menos uno de los objetivos, mientras que en los restantes no presenta pérdida. Consideremos a $z(x) = \langle z_1(x), z_2(x), z_3(x), \dots, z_p(x) \rangle$ como el vector de evaluación de la solución x , donde cada componente vectorial $z_k(x)$ representa el valor atribuido a x en el k -ésimo criterio en un problema con p objetivos. Para un problema de maximización (como el que nos concierne en esta tesis), una solución x domina a una solución y (según la función z) si y sólo si

$$\forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\} z_k(x) \geq z_k(y) \wedge \exists k_0 \in \{1, 2, 3, \dots, p\} | z_{k_0}(x) > z_{k_0}(y). \quad (2.1)$$

Bajo tal definición, una solución x es óptima de Pareto (o Pareto-eficiente) si no existe ningún otro vector que la domine. Todas las soluciones eficientes de Pareto son llamadas, en conjunto, *frontera no dominada* o *conjunto eficiente de Pareto*.

En la Figura 2.1 se presenta, a manera puramente ilustrativa, la frontera de Pareto para dos problemas de optimización con dos objetivos. La Subfigura 2.1(a) ilustra el caso de maximización, mientras que el caso de minimización está en la Subfigura 2.1(b). El área sombreada es el espacio de las soluciones factibles; z_1 y z_2 son las funciones objetivo (marcadas en los ejes del plano), y p_1 , p_2 , p_3 y p_4 son puntos de solución al problema. Obsérvese en la Figura 2.1 que p_4 puede mejorar su desempeño en ambos objetivos sin salir del espacio factible; por lo tanto, p_4 no sería una solución Pareto-Eficiente, a diferencia de p_1 , p_2 y p_3 , soluciones que sí pertenecen al conjunto no dominado.

La dominancia de Pareto supone un principio básico: Si x domina a y , un DM racional siempre preferirá a x sobre y . Bajo esta premisa, el mejor compromiso es forzosamente una solución no dominada. La mayoría de los enfoques multiobjetivo optimizan hacia la frontera de Pareto

[†]también es común emplear el término *Problema de Optimización Multicriterio* o de *Optimización Vectorial*; en este documento serán usados indistintamente.

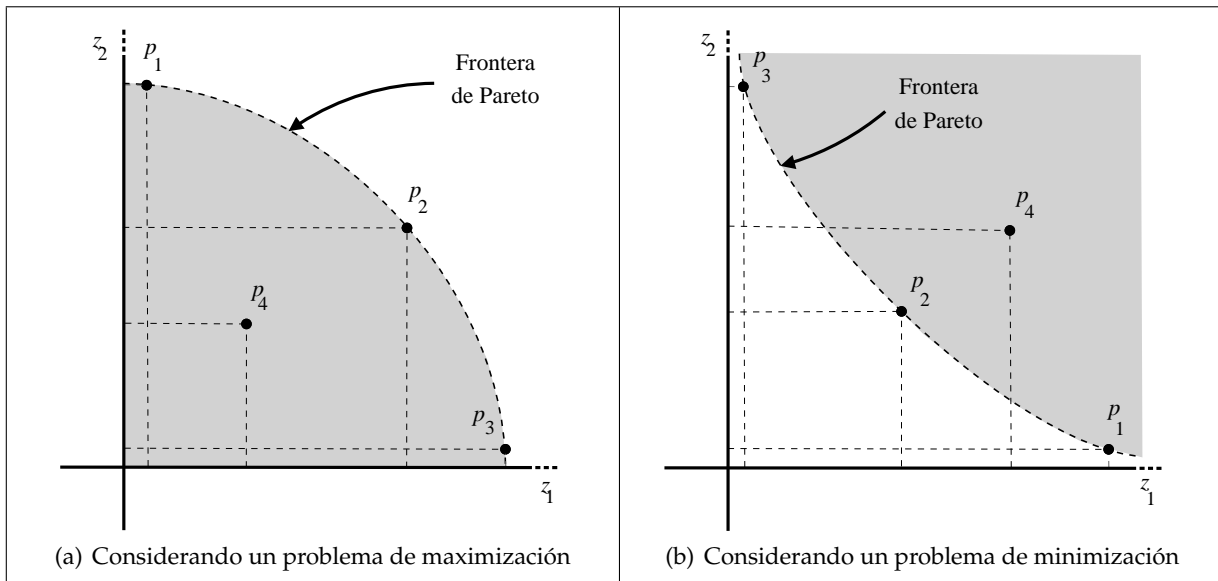


Figura 2.1: Ejemplo de frontera de Pareto para problemas con dos objetivos

y —una vez que lo han logrado— dejan para una etapa posterior la elección final del DM. Este procedimiento de dos fases es conocido como el enfoque *a posteriori*. Es versátil en el sentido de que permite iniciar la optimización dejando a un lado implicaciones complejas acerca de las preferencias del DM; prácticamente, lo único que se necesita conocer es la dirección de los objetivos (ya sea de maximización o de minimización). Factores de compensación entre las funciones objetivo, niveles de tolerancia para las componentes vectoriales, prioridad de los criterios según el DM, condiciones de veto e intensidad en la preferencia, son sólo algunos de los fenómenos presentes en el sistema de preferencias del DM (con valores singulares para cada decisor) que no están reflejados en el concepto de dominancia de Pareto.

Encontrar el conjunto Pareto-eficiente a un MOP es aún un problema desafiante para los métodos de optimización. Los métodos clásicos de la programación matemática generalmente renunciaron a esta idea y, de una u otra forma, prefirieron una modelación *a priori* de las preferencias. Varios tratamientos surgieron al respecto, entre los que destacan:

- la optimización por funciones de agregación: combinando linealmente los valores de los objetivos, cuyos pesos reflejan la importancia que el DM atribuye a los objetivos;
- la optimización con prioridad lexicográfica: tratando un criterio a la vez, tomándolos en un orden de prioridad dado por el DM;
- la programación por metas: optimizando hacia un vector de valores esperados por el decisor; y
- el método *ϵ -constraint*: optimizando un objetivo a la vez, pero estableciendo restricciones de no-inferioridad para los restantes.

Aunque interesantes y aplicables para casos particulares, la principal debilidad de estos métodos recae en:

- su sensibilidad a las propiedades matemáticas de las funciones objetivo (Coello Coello et al., 2007); esto trae por consecuencia la imposibilidad de alcanzar la frontera eficiente, dependiendo de la forma y continuidad de ésta; y
- requiere el ajuste subjetivo (por parte del DM) de varios parámetros, lo cual no es una tarea fácil (Bechikh et al., 2010); además, estos parámetros deberían ajustar la búsqueda hacia el mejor compromiso en la frontera eficiente, lo cual no está garantizado.

Rosenberg (1967) discutió el potencial que tenían los algoritmos evolutivos (*Evolutionary Algorithms*, EA) para abordar MOPs, los cuales parecían ser particularmente adecuados para la optimización vectorial. Éstos mostraron mayor tolerancia a aquellos factores bajo los cuales los métodos convencionales fallaban. Así, los EA pasaron de ser un enfoque alternativo de solución, a consagrarse como los métodos predilectos para solucionar MOPs en casos no lineales y con restricciones complejas (cf. Fonseca & Fleming, 1993; e.g. Deb, 1999; Horn et al., 1994; Srinivas & Deb, 1994; Zitzler et al., 2001).

Este auge de los EA inspiró diversos metaheurísticos para optimización multiobjetivo: optimización por nube de partículas (e.g. Kennedy & Eberhart, 2001), sistemas inmunes artificiales (e.g. De Castro & Timmis, 2002), algoritmos culturales (e.g. Reynolds, 1994), búsqueda tabú (e.g. Glover & Laguna, 1997), algoritmos meméticos (e.g. Hart et al., 2005), entre otros. Cada uno de ellos mostró —de una u otra forma— que eran aceptablemente adecuados para los problemas que planteaban resolver.

Es importante notar que algunos investigadores (e.g. Corne & Knowles, 2007; Ishibuchi et al., 2008; López et al., 2013; Purshouse & Fleming, 2003) han argumentado que las metaheurísticas pierden efectividad al encarar problemas de optimización con muchos objetivos[†]. Un punto importante es la dificultad para elegir adecuadamente los individuos que guiarán la población hacia la frontera no dominada. De acuerdo a López et al. (2013), otra problemática surge al considerar las llamadas *soluciones resistentes a la dominancia*. Éstas no son soluciones de Pareto, pero tienen valores cercanos al óptimo en algunos de los objetivos, pero con valores pobres en al menos uno de los criterios restantes. Estas soluciones difícilmente llegan a ser dominadas en una población; por lo que permanecen, generación tras generación, guiando a la población hacia falsos óptimos. La cantidad de estas soluciones aumenta conforme lo hace el número de criterios.

Flemming et al. (2005) argumentan que las deficiencias de los metaheurísticos en la optimización vectorial de alta dimensión se deben, en parte, a la noción tan general de “óptimo”, lo cual implica aproximar conjuntos de solución enormes incluso para problemas pequeños. Así, sugieren incorporar las preferencias del DM durante la optimización metaheurística. Esto tiene por finalidad eludir la necesidad de aproximar la frontera de Pareto completa y, en su lugar, optimizar hacia una región de interés (*Region of Interest*, RoI), en donde se encuentra potencialmente el mejor compromiso. En la Figura 2.2 se presenta, a modo meramente ilustrativo, el

[†]típicamente el término “optimización con muchos objetivos” (*many-objective optimization*) aplica a problemas con más de tres criterios, por lo que el término “optimización multiobjetivo” queda confinado para problemas de 1–3 criterios. Diversos estudios de la literatura aceptan tal distinción en el uso de dichos términos (e.g. Hughes, 2005; Purshouse & Fleming, 2003).

efecto inducido en un algoritmo metaheurístico al considerar las preferencias del decisor sobre un problema hipotético de dos objetivos.

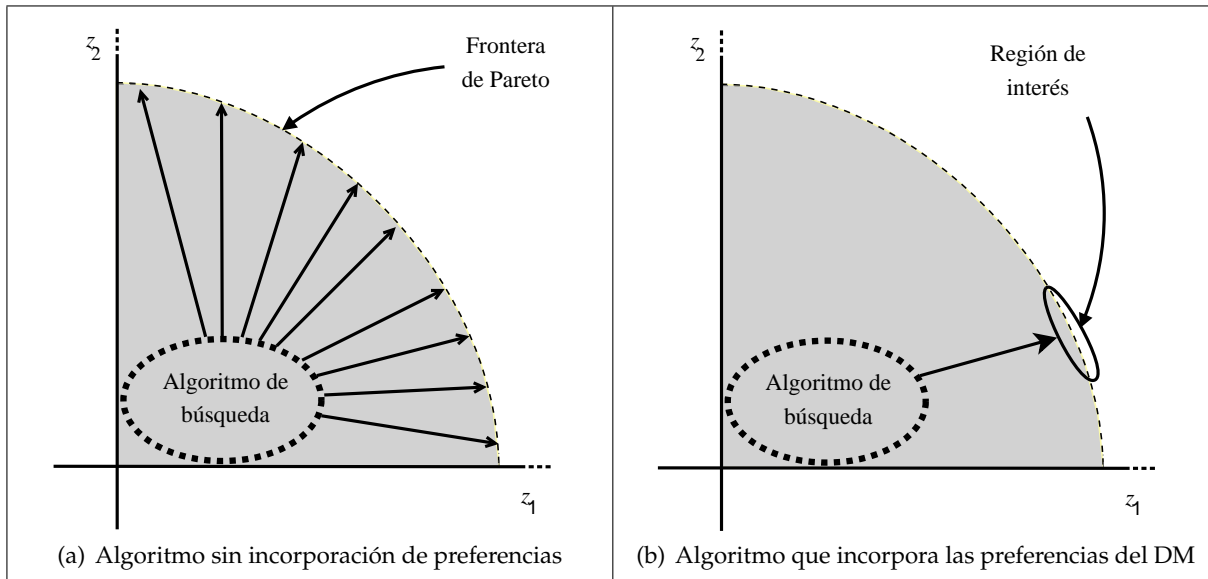


Figura 2.2: Cambio en la dirección de búsqueda inducido por la incorporación de preferencias en un algoritmo de optimización multiobjetivo

2.3. Incorporación de preferencias en metaheurísticos

Si el DM está dispuesto en invertir el tiempo y el esfuerzo para lograr una articulación multicriterial de sus preferencias, ésta puede incorporarse dentro de la búsqueda metaheurística para guiarla hacia la RoI, la región privilegiada de la frontera de Pareto que mejor concuerda con las preferencias del DM.

De acuerdo a Bechikh (2013), las formas más comúnmente empleadas para hacerlo son:

- 1) aquéllas basadas en factores de importancia (pesos) que son asignados por el DM para cada objetivo (e.g. Branke & Deb, 2005; Deb, 1999; Zitzler et al., 2007);
- 2) aquéllas en las cuales el DM compara pares de soluciones sobre un conjunto de la población actual, con la intención de ordenar las soluciones de tal muestra (e.g. Battiti & Passerini, 2010; Deb et al., 2010; Fowler et al., 2010; Greenwood et al., 1996; Köksalan & Karahan, 2010);
- 3) aquéllas en las cuales las funciones objetivo son ordenadas en base a una serie de comparaciones por pares de objetivos (e.g. Cvetkovic & Parmee, 2002; Jin & Sendhoff, 2002; Rachmawati & Srinivasan, 2010);
- 4) aquéllas en donde el DM proporciona un vector con niveles de aspiración (punto de referencia), éste representa las metas que el DM desearía que cada objetivo alcanzara (e.g. Allmendinger et al., 2008; Bechikh et al., 2010; Deb et al., 2006; López et al., 2011);

- 5) aquéllas en las cuales el DM provee un vector con niveles de reserva (punto de reserva), el cual indica los valores mínimos esperados para cada objetivo; se desechan todas aquellas soluciones que tengan al menos un objetivo por debajo del nivel de reserva (e.g. Deb & Kumar, 2007; Molina et al., 2009);
- 6) aquéllas donde el DM identifica compensaciones aceptables entre las funciones objetivo (e.g. Branke et al., 2001);
- 7) aquéllas en las cuales el DM proporciona los valores para los parámetros de un modelo que construye relaciones borrosas de sobreclasificación (e.g. Cruz et al., 2013, 2014; Fernandez et al., 2010, 2011, 2013); y
- 8) aquéllas basadas en la construcción de una función de deseabilidad la cual depende de los valores de ciertos umbrales proporcionados por el DM (e.g. Wagner & Trautmann, 2010).

En el campo de optimización de cartera, el modelo de sobreclasificación de Fernandez et al. (2013) ha mostrado notables beneficios al resolver particularmente esta clase de problemas. Este modelo cae dentro del tipo descrito en el numeral 7, y se ha tomado para definir el mejor compromiso en términos de las relaciones de sobreclasificación. Dada la relevancia para efectos de esta tesis, se ha dedicado la Sección 4.3 para describir con mayor detalle tal modelo de incorporación de preferencias.

CAPÍTULO 3

Antecedentes relevantes en la literatura científica

CONSIDERANDO el problema en toda su amplitud, no se ha encontrado alguna propuesta en la literatura científica que resuelva, de forma integral, el problema de selección de cartera de proyectos. Las propuestas de mayor alcance consideran sólo algunas variantes de este problema. Cabe admitir que el enfoque propuesto en esta tesis no pretende ser un método de solución general al problema, sin embargo, sí extiende la aplicabilidad de los modelos existentes, cubriendo casos de selección de proyectos que, hasta ahora, habían sido abordados de manera soslayada.

Con el objetivo de identificar, posicionar y dimensionar la aportación de esta investigación doctoral, a lo largo de este capítulo se describen los trabajos más afines reportados en la literatura especializada. Durante los últimos lustros, estos trabajos marcaron avances significativos en la construcción del estado actual de los modelos de optimización de cartera.

3.1. Una reseña de los enfoques de optimización de cartera

Es innegable que el enfoque costo-beneficio fue uno de los primeros esfuerzos metodológicos para dar una solución aceptable a problemas de cartera (e.g. Boardman, 1996; Clawson & Knetsch, 1978; Graham, 1981; Hanley, 1992). Este enfoque parte de la premisa que toda consecuencia, derivada al implementar un proyecto, puede ser medida en términos monetarios. Esto permite estimar el impacto de los proyectos en una escala común. De esta forma, el impacto de una cartera es visto como un flujo de caja, donde las consecuencias positivas son tratadas como insumos y las negativas como costos. Se puede encontrar la mejor cartera resolviendo el problema mediante técnicas de programación matemática, en el que se maximice el valor de la cartera (Davis & McKeown, 1986).

Aunque popular entre los economistas, el enfoque costo-beneficio ha sido severamente cuestionado por la literatura del análisis multicriterio (e.g. Bouyssou et al., 2000; Dorfman, 1996; French, 1993). Entre otras, se señala que la principal debilidad es que requiere la monetarización de cada una de las medidas de impacto de la cartera. Cabe preguntarse qué sentido tiene asignar valores económicos a criterios intangibles para los cuales no existen valores tabulados en el mercado. Incluso, suelen surgir serias implicaciones éticas y morales al intentar realizar tal valoración, particularmente al lidiar con proyectos de índole social. Por ejemplo, la aplicación de este enfoque sería bastante discutible si se deben medir —monetariamente— las consecuencias de proyectos sociales sobre la calidad de vida de las personas afectadas.

Con la intención de evitar estas burdas simplificaciones, se desarrollaron modelos subjetivos de la calidad de la cartera (e.g. Fernandez & Navarro, 2001, 2002; Fernandez et al., 2006; Navarro, 2000). Éstos, desde una perspectiva normativa multicriterio, son una generalización del enfoque costo-beneficio. El valor subjetivo es, en sí, una medida del impacto de la cartera, la cual reduce —a una sola valoración— la caracterización multicriterio que describe la retribución de los proyectos. Si se desea encontrar la mejor cartera, debe emplearse un proceso de optimización que maximice este valor subjetivo. Desafortunadamente, esta propuesta exige —en la práctica— un vasto esfuerzo por parte del DM, sin la garantía de poder identificar una función de valor que represente, con buena precisión, el impacto de las carteras cuando se consideran criterios intangibles.

En cambio, en el área de investigación de operaciones, la programación por metas se consolidó como el enfoque clásico al problema de cartera multicriterial (e.g. Badri et al., 2001; De et al., 1982; Taylor et al., 1982). Este método se basa en una modelación *a priori* de las preferencias del DM, en la cual él establece ciertas metas para cada uno de los objetivos. La solución se obtiene al minimizar una función de suma ponderada de desviaciones respecto a las metas establecidas. Tal función se optimiza mediante herramientas convencionales de la programación matemática.

Asimismo, los modelos de programación lineal entera (*Integer Linear Programming*, ILP) se afianzaron como una herramienta sobresaliente para este problema. En este rubro, uno de los trabajos precursores fue aquél planteado por Ghasemzadeh et al. (1999). Éste es un modelo ILP para selección y calendarización de proyectos, cuyas variables de decisión tienen una naturaleza binaria mediante la cual se indica cuáles proyectos deberían formar parte de la cartera favorecida. Aunque el modelo contempla múltiples criterios, la función objetivo es una función de suma ponderada. Por medio de los paquetes de programación Lingo[®] y CPLEX[®], se resolvieron problemas de cartera con doce propuestas de proyecto, tres categorías de recursos y cinco periodos de tiempo. Perceptiblemente, el modelo de Ghasemzadeh et al. (1999) marcó una tendencia en los modelos subsecuentes de optimización de cartera.

Algunos años después, Stummer & Heidenberger (2003) presentaron un modelo ILP para selección de proyectos, el cual marcó pauta por ser el primero que enfatizó la naturaleza multiobjetivo de este problema. La calidad de las carteras se definió en términos de dominancia de Pareto; así, la solución al problema implicaba la identificación de la frontera eficiente. Además,

este modelo abrió la posibilidad de tratar el financiamiento parcial por medio de la inclusión de proyectos ficticios (o artificiales). Tales proyectos ficticios eran versiones diferentes de una misma propuesta (caracterizados con distintos niveles en el consumo de recursos y en la generación de beneficios), por lo que eran mutuamente excluyentes entre sí y, por ende, sólo uno de ellos podía recibir financiamiento. Dado que se aplicó un método de optimización basado en la búsqueda enumerativa de todas las carteras no dominadas, la idea sugerida por Stummer & Heidenberger (2003) está circunscrita a problemas pequeños (con unas cuantas decenas de proyectos). Por lo tanto, si se desea aproximar la solución a instancias con una entrada mayor, el número de proyectos debe reducirse a un tamaño “manejable” antes del proceso de optimización, dependiendo del tiempo que la organización esté dispuesta a esperar.

Trabajos posteriores abordaron esta limitante mediante el uso de técnicas aproximadas. Apreciablemente, los algoritmos metaheurísticos se posicionaron como métodos populares para dar solución a distintas modelaciones de este problema. En esta etapa, una amplia gama de metaheurísticos fueron aplicados, por mencionar algunos:

- algoritmos genéticos (e.g. Gaytán & García, 2009; Ghorbani & Rabbani, 2009; Kremmel et al., 2011);
- optimización por colonia de hormigas (e.g. Deng & Lin, 2010; Doerner et al., 2004; Gutjahr et al., 2010);
- búsqueda dispersa (e.g. Carazo et al., 2011, 2010);
- algoritmos meméticos (e.g. Chen & Chyu, 2010; Gomez et al., 2013); y
- algoritmos hiperheurísticos (e.g. Rivera et al., 2012).

Este auge en la aplicación de metaheurísticas multiobjetivo, sobre todo las poblacionales, puede atribuirse —principalmente— a las ventajas que ofrecen sobre los métodos clásicos de la programación matemática (cf. Metaxiotis & Liagkouras, 2012), especialmente las siguientes:

- a) las metaheurísticas pueden aproximar la frontera de Pareto mediante una sola ejecución, en lugar de tener que desarrollar una serie de ejecuciones, como sucede con las técnicas clásicas de la programación matemática;
- b) ofrecen un buen balance entre el tiempo de cómputo invertido y la calidad de las soluciones generadas;
- c) son menos sensibles a las propiedades matemáticas de las funciones objetivo; así, pueden desempeñarse en problemas donde la frontera es concava y/o discontinua; es bien conocido que tales características impactan fuertemente en la efectividad de los métodos de la programación matemática (Coello Coello et al., 2007; Coello Coello & Toscano, 2001); y
- d) si se desean incorporar restricciones y efectos complejos, las metaheurísticas ofrecen un mayor grado de facilidad y versatilidad.

Bajo este argumento, modelos de optimización cada vez más complejos y abarcadores fueron resueltos por medio de técnicas metaheurísticas. Tales modelos de optimización extendieron gradualmente la aplicabilidad del modelo de asignación 0–1 propuesto tiempo atrás por Stum-

mer & Heidenberger (2003). Al respecto, uno de los enfoques más completos es el de Carazo et al. (2011), cuyo modelo incluye efectos complejos de sinergia, redundancia y planeación temporal. Sin embargo, el apoyo parcial —uno de los fenómenos más recurrentes en procesos de financiación— conservó su modelación a través de proyectos artificiales.

En cuanto a los métodos de programación matemática, éstos se mantuvieron vigentes al emerger nuevas propuestas en forma paralela con los metaheurísticos (e.g. Ghasemzadeh & Archer, 2000; Klapka & Piños, 2002; Klapka et al., 2013; Litvinchev et al., 2010, 2011). Si el problema es lineal (o convertible a lineal), la programación matemática ofrece buenos resultados al ser aplicada sobre versiones simplificadas del modelo multiobjetivo original (cf. Klapka et al., 2013; Litvinchev et al., 2010). Sin embargo, integrar las consecuencias de las carteras en una sola función objetivo puede sesgar considerablemente la búsqueda de la mejor solución; aunado a las desventajas discutidas en los incisos anteriores, especialmente a), c) y d). Muchos de los estudios recientes optaron entonces por la aplicación de metaheurísticos para resolver problemas de optimización de carteras multicriteriales.

Sin embargo, algunos investigadores han considerado que los metaheurísticos —por sí solos— no son capaces de abordar eficientemente problemas con muchas funciones objetivo y proyectos candidatos; así, para mejorar su efectividad, se apoyaron de enfoques de optimización híbridos. En esta línea emergieron algunas propuestas de especial interés, por ejemplo:

- Doerner et al. (2006) presentaron un algoritmo ACO, el cual incorporaba una etapa inicial de optimización desempeñada por un método ILP;
- Amiri (2012) propuso la hibridación de una búsqueda de armonía (HSA, *Harmony Search Algorithm*) con una búsqueda local caótica (CLS, *Chaotic Local Search*);
- Zhao et al. (2012) presentaron un esquema para combinar algoritmos genéticos (GA, *Genetic Algorithm*) con un metaheurístico basado en búsqueda local; y
- Carazo et al. (2011) hibridó una búsqueda dispersa (SS, *Scatter Search*) con una búsqueda tabú (TS, *Tabu Search*).

Todos los trabajos anteriormente mencionados mostraron —mediante evidencia experimental— tener la capacidad de alcanzar aproximaciones aceptables a la frontera eficiente. Aunque indispensable, la generación de soluciones eficientes es apenas una fase en la resolución integral de problemas de decisión multicriterio. Debido a que el DM puede financiar sólo una cartera, él tiene que seleccionar aquélla que ofrezca el mejor compromiso a sus intereses. Esta elección del DM está basada en:

- su sistema de valores y creencias, especialmente acerca de las consecuencias derivadas al implementar las carteras; y
- las prácticas organizacionales concernientes al proceso de decisión.

Identificar el mejor compromiso —de entre un conjunto de soluciones eficientes— podría ser una tarea fácil en problemas con dos o tres funciones objetivo. Sin embargo, si el número

de objetivos alcanza cinco o más, las limitaciones cognitivas de la mente humana se vuelven relevantes (cf. Marakas, 1998; Miller, 1956).

Para hacer frente a esta problemática, la mayoría de las propuestas sugieren una fase adicional basada en una modelación *a posteriori* de las preferencias del decisor (e.g. Carazo et al., 2011, 2010; Doerner et al., 2004, 2006; Ghasemzadeh & Archer, 2000; Stummer & Heidenberger, 2003). Tales enfoques consideran que el DM es capaz de juzgar conjuntos de alternativas de manera repetitiva hasta identificar el mejor compromiso. Sin embargo, bajo la presencia de muchas funciones objetivo y muchos proyectos, el enfoque *a posteriori* presenta algunos serios inconvenientes:

- a) Si se ignoran las preferencias del DM durante la optimización, entonces se debería aproximar la frontera de Pareto en su totalidad, o al menos obtener una muestra lo suficientemente representativa. Sin embargo, hay evidencia que las metaheurísticas multiobjetivo se degradan al tratar con problemas que tienen muchas funciones objetivo (cf. López et al., 2011; Metaxiotis & Liagkouras, 2012; Purshouse & Flemming, 2007).
- b) Identificar el mejor compromiso de entre un conjunto de alternativas —considerando tales dimensiones— está fuera de las capacidades de un DM promedio. Tal cual demuestra el conocido experimento de Miller (1956), la capacidad de la mente humana está restringida para analizar sólo una pequeña cantidad de información al mismo tiempo (entre cinco y ocho elementos de información). En problemas con muchas funciones objetivo, esta limitante es un severo obstáculo si el decisor se ve obligado a comparar conjuntos de soluciones hasta identificar el mejor compromiso. Ante un problema de tal magnitud, el DM típicamente se conforma con la primera solución cuyos valores parecen satisfactorios, pero no llega a analizar debidamente las consecuencias de cada alternativa.
- c) Es extremadamente difícil interpretar, en una manera satisfactoria, las representaciones visuales de soluciones graficadas en ambientes multidimensionales. Como sugiere Flemming et al. (2005), para conjuntos relativamente pequeños, una representación visual intuitiva puede lograrse mediante el uso de coordenadas paralelas (e.g. Fua et al., 1999; Inselberg & Dimsdale, 1991; Wang & Masud, 1979). Pero, ante la presencia de muchas soluciones a graficar, incluso esta técnica se vuelve confusa y engorrosa para el DM (cf. Flemming et al., 2005).
- d) Por último, los métodos del MCDA no se comportan adecuadamente al abordar problemas de decisión a gran escala. A medida en que el número de alternativas aumenta, estos enfoques revelan ciertas características no deseables. Por ejemplo, se observan fenómenos de dependencia con respecto a alternativas “irrelevantes” e incluso las relaciones de preferencia se degradan, exhibiendo ciertas propiedades (e.g. presencia de ciclos, incomparabilidad y no-transitividad) que hacen cuestionable el llegar a una prescripción final consistente.

Desde la óptica del DM, poca utilidad tiene una frontera de Pareto a partir de la cual es muy difícil —o incluso imposible— llegar a una decisión final satisfactoria. Así, cuando se abordan problemas de decisión con muchos objetivos, el problema de seleccionar el mejor compromiso es tan importante como el problema de generar soluciones Pareto-eficientes.

Para hacer frente a estas problemáticas, Fernandez et al. (2011) optaron por una modelación de preferencias *a priori*, proponiendo la incorporación de un sistema de relaciones de sobreclasificación dentro de un algoritmo genético. Este enfoque incrementa la presión selectiva hacia una región privilegiada de la frontera de Pareto. Esta región contiene las soluciones que mejor satisfacen las preferencias del DM expresadas mediante los valores de los parámetros del modelo borroso de sobreclasificación. Posteriormente, Fernandez et al. (2013) explotaron este enfoque en la resolución de problemas de cartera, dando evidencia que la incorporación de preferencias *a priori* incrementa la eficiencia y efectividad de las metaheurísticas. Por este medio se mitigaron —hasta cierto punto— las debilidades que surgen en los metaheurísticos cuando se incrementa el número de objetivos y proyectos. Sin embargo, estos trabajos no proponen tratamiento especial alguno para los fenómenos de sinergia o apoyo parcial.

En cuanto al tratamiento de relaciones sinérgicas, existen dos vertientes dominantes:

- a) como sugieren Liesiö et al. (2008, 2007), mediante la creación de proyectos artificiales que representan a las coaliciones sinérgicas, con sus propios niveles de insumos y beneficios; y
- b) como lo abordaron Carazo et al. (2011, 2010), modificando en el modelo de optimización aquellas funciones responsables del cálculo de los costos y los objetivos, considerando por este medio el impacto de las sinergias.

Respecto al manejo del financiamiento parcial, en la literatura existen pocas propuestas fuera del conocido artificio de los proyectos ficticios. Fernandez & Navarro (2005) consideraron medir el grado de verdad para el predicado difuso “el j -ésimo proyecto está bien financiado”. Para este fin, se modeló una función de membresía lineal definida por tramos, cuyo dominio es el financiamiento asignado a los proyectos. Esta función se introduce en un modelo del valor subjetivo de la cartera, el cual es optimizado por medio de un algoritmo evolutivo cuyo cromosoma tiene una codificación de punto flotante. Lamentablemente, este enfoque demanda la evaluación del valor subjetivo de los proyectos, lo cual es difícilmente aplicable en procesos de optimización multicriterio.

Por otra parte, Montibeller & Franco (2011) plantearon el problema de presupuestación estratégica como una versión continua del problema de la mochila. Aquí, una variable decimal y_j (en el intervalo $[0, 1]$) está asociada a cada propuesta j y representa la proporción de recursos (con respecto a los solicitados) que son efectivamente asignados a j . Este modelo presume que cada valor generado por el proyecto j se reduce en la misma proporción que los recursos. Aunque pudiera ser aplicable en algunos casos, este modelo no considera que —en problemas de optimización multicriterio— la relación causal costo-beneficio suele no ser la misma para todos

los objetivos. Esta misma debilidad está latente en las propuesta de Chen & Chyu (2010) y de Medaglia et al. (2007).

En esta tesis se presenta una formulación para el problema de optimización de cartera de proyectos interdependientes con apoyo parcial. La propuesta es válida para aquellos casos en los cuales el deterioro sufrido por un proyecto —a causa de recibir un financiamiento incompleto— puede ser aceptablemente caracterizado mediante una serie de funciones discretas que relacionen costos con beneficios. Sin embargo, el espacio de solución es más grande que aquél asociado al modelo de asignación 0–1. Por consiguiente, resolver este modelo demanda la aplicación de métodos de optimización eficientes, especialmente en problemas de gran escala. En base a experiencias reportadas en la literatura (Doerner et al., 2006; Fernandez et al., 2011, 2013), en esta tesis se propone un algoritmo metaheurístico, mejorado por la incorporación de preferencias e hibridado con técnicas de programación matemática.

Hasta este momento, no se ha identificado trabajo alguno en la literatura científica que resuelva problemas de optimización multicriterio de cartera, mediante el cual se habilite la posibilidad de financiar parcialmente una alta proporción de los proyectos concursantes. De hecho, las propuestas líderes (Carazo et al., 2011, 2010; Doerner et al., 2004, 2006; Liesiö et al., 2008, 2007; Stummer & Heidenberger, 2003) utilizan la modelación basada en proyectos artificiales, de esta manera consideran unos pocos niveles de financiamiento (tres o cuatro) para unos cuantos proyectos (como máximo cinco a seis) evaluados mediante un vector de baja dimensionalidad (hasta seis objetivos). En este sentido, el trabajo doctoral presentado en este documento de tesis es una aportación a la literatura científica especializada, y pretende contribuir a la resolución integral del problema de selección de proyectos.

3.2. Análisis comparativo de los enfoques metaheurísticos

En la Tabla 3.1 se resumen los aspectos más relevantes (para efectos de esta tesis) de los enfoques metaheurísticos multiobjetivo aplicados a la optimización de cartera. En términos generales, puede observarse que:

- a) los algoritmos evolutivos son los metaheurísticos predilectos para este problema;
- b) la modelación *a posteriori*, a pesar de sus inconvenientes, ha permanecido como el enfoque clásico para considerar las preferencias del DM; y
- c) el financiamiento parcial ha sido escasamente abordado en problemas de selección de proyectos, aunque algunas propuestas interesantes han emergido para el problema de presupuestación estratégica.

Como puede observarse en la Tabla 3.1, a nivel de algoritmia, el trabajo más similar a NO-ACO (el enfoque propuesto en esta tesis) es aquél realizado por Doerner et al. (2006). Sin embargo —a pesar del hecho de que ambos son algoritmos ACO hibridados con ILP— NO-ACO modela consideraciones de apoyo parcial y, al incorporar un sistema de relaciones de preferencia

Tabla 3.1: Comparación de los algoritmos metaheurísticos multiobjetivo aplicados a la selección de proyectos

	Algoritmo	Considera fenómenos de		Incorporación de preferencias	Dimensión de los casos resueltos
		a) Sinergia	b) Apoyo parcial		
Doerner et al. (2006)	ACO hibridado con ILP	✓		<i>A posteriori</i>	30 proyectos, 6 objetivos
Medaglia et al. (2007) [‡]	GA	✓	✓	<i>A posteriori</i>	4 proyectos, 2 objetivos
Chen & Chyu (2010) [‡]	Algoritmo memético	✓	✓	<i>A posteriori</i>	6 proyectos, 2 objetivos
Gutjhar et al. (2010)	ACO y GA	✓		<i>A posteriori</i>	80 proyectos, 3 objetivos
Kremmel et al. (2011)	GA	✓		<i>A posteriori</i>	50 proyectos, 5 objetivos
Fernandez et al. (2011)	GA			<i>A priori</i> (relaciones de sobreclasificación)	100 proyectos, 9 objetivos
Carazo et al. (2011, 2010)	SS hibridada con TS	✓		<i>A posteriori</i>	90 proyectos, 6 objetivos
Rivera et al. (2012)	GA hiperheurístico			<i>A priori</i> (relaciones de sobreclasificación)	100 proyectos, 9 objetivos
Amiri (2012)	HSA hidridado con CLS	✓		<i>A posteriori</i>	30 proyectos, 3 objetivos
Fernandez et al. (2013)	GA			<i>A priori</i> (relaciones de sobreclasificación)	500 proyectos, 16 objetivos
La propuesta en esta tesis	ACO hibridado con ILP	✓	✓	<i>A priori</i> (relaciones de sobreclasificación)	500 proyectos, 16 objetivos

[‡] aunque estas propuestas no abordan problemas de selección de proyectos, sino el de presupuestación estratégica, se han considerado ya que ofrecen una alternativa de modelación al financiamiento parcial

(Fernandez et al., 2011), es menos sensible a las problemáticas que emergen al intentar optimizar funciones con muchos objetivos. Además, como lo señala la evidencia experimental, NO-ACO es capaz de solucionar —aceptablemente— problemas con una entrada mucho mayor.

En cuanto al alcance de aplicación, la propuesta más desafiante es la de Fernandez et al. (2013), cuyo método pudo abordar instancias de 500 proyectos y 16 objetivos. En tales dimensiones, NO-ACO también puede desempeñarse adecuadamente, pero —al considerar los fenómenos de sinergia y financiamiento parcial— cubre una gama de problemas aún mayor.

De acuerdo a lo descrito a lo largo de este capítulo, este trabajo de investigación doctoral es una contribución al área de optimización de carteras multicriteriales. El enfoque propuesto es:

- original e innovador, dado el hecho de ser el primero en reunir conjuntamente las características contempladas;
- tiene un rango de aplicación que no poseen los anteriores modelos de optimización; y
- operacional, ya que alivia la carga cognitiva requerida por el DM durante el posprocesamiento asociado a la selección del mejor compromiso.

CAPÍTULO 4

Descripción del problema

ESTE capítulo contiene la descripción formal para el problema de investigación: optimización multicriterio de cartera de proyectos con decisiones de financiamiento parcial.

Se plantea primeramente la problemática general, para después introducir una representación formal del problema mediante un modelo de optimización entera. Este modelo presenta —primeramente— las características más generales del problema (aquéllas presentes desde la modelación 0–1), seguidas por una presentación detallada de los aspectos relacionados al apoyo parcial; para, finalmente, poder ahondar en la definición —contemplada para este trabajo— del mejor compromiso.

4.1. El problema de cartera de proyectos

Sea \mathcal{A} un conjunto de \mathbb{N} actividades, proyectos, acciones o ítems que —en forma aislada o conjunta— satisfacen ciertas necesidades de una entidad decisora. Sin pérdida de generalidad, usemos el nombre genérico de “proyectos” para identificar a los elementos de \mathcal{A} .

Casi invariablemente, llevar a cabo un proyecto implica la inversión de recursos de diversa naturaleza (dinero, insumos, tiempo, espacio, materiales, maquinaria, etc.). En la mayoría de los casos, estos recursos están limitados y suelen ser insuficientes para solventar todos los proyectos de \mathcal{A} . En este contexto, entiéndase una cartera como un subconjunto de \mathcal{A} , la cual es factible si no requiere más recursos que los disponibles, respeta restricciones de precedencia en los proyectos y no contiene inconsistencias. Tales inconsistencias provienen de restricciones adicionales que la entidad decisora considera importantes. Éstas modelan las características que se desean en las carteras, tales como equidad, balance, ajuste a las prioridades en la estrategia organizacional y ausencia de redundancias innecesarias entre proyectos.

Los proyectos de \mathcal{A} pueden ser interdependientes en el sentido de los beneficios, de los recursos o de la planeación temporal. Además —si la entidad decisora lo cree conveniente— la

asignación de recursos a los proyectos puede ser incompleta, en el sentido de no financiar todas aquellas actividades sugeridas por los proponentes de los proyectos.

La entidad decisora debe identificar una cartera que distribuya los recursos según sus propios intereses, preferencias, prioridades, creencias y valores. En los casos más simples, dicha entidad decisora se compone de una sola persona. En otros ocasiones, está integrada por un conjunto pequeño de actores que participan en la aprobación de la decisión. Las circunstancias más complejas se dan cuando concurren numerosos participantes con distintos sistemas de creencias y con intereses en conflicto. En este último caso se dice que la entidad decisora es un grupo altamente heterogéneo. A lo largo de esta tesis, llamamos *decisor* (*Decision Maker*, DM) a tal entidad, sin importar el número de actores ni el grado de heterogeneidad en sus preferencias.

Cada proyecto produce ciertos beneficios para el DM o para la organización que él representa, de tal forma que todos los proyectos tienen potencial para ser apoyados. Es importante corroborar tal condición antes de empezar a lidiar con el proceso de selección. De hecho, existe una etapa previa —conocida como proceso de evaluación de proyectos— en la cual se determina la aceptabilidad de cada proyecto en lo individual. Para cada proyecto se estudia la magnitud en que sus beneficios y costos impactan a la organización. Mediante la comparación de beneficios y costos se determina la aceptabilidad de cada proyecto aisladamente. En lo adelante supondremos que los proyectos han sido evaluados por el DM y que son aceptables en lo individual, de tal forma que ninguno de ellos representa un desperdicio de recursos para la organización.

La calidad de una cartera x puede caracterizarse por un conjunto de atributos (criterios) que representan las medidas de impacto que el DM atribuye a la cartera x y que determinan su satisfacción con la misma. Representamos esta evaluación multicriterio mediante el vector $z(x) = \langle z_1(x), z_2(x), z_3(x), \dots, z_p(x) \rangle$ donde p es el número de atributos considerados, con escalas definidas en cada dimensión.

El contenido del vector $z(x)$ depende de las características del problema y de la información que se tiene sobre la calidad de los proyectos y sus consecuencias. En general, $z(x)$ es una integración de las contribuciones de los proyectos que componen a x , tomando en cuenta las interacciones sobre los beneficios. Sin pérdida de generalidad asumiremos que la preferencia del DM aumenta con el valor de las componentes del vector de consecuencias. El DM entonces no puede conformarse con una solución y que sea dominada por una solución x dentro del espacio objetivo factible. Por tanto, el decisor debe resolver un problema de optimización vectorial.

En las siguientes secciones se describe el modelo de optimización entera que representa al problema de cartera abordado en esta tesis.

4.2. El modelo de optimización para el problema de cartera con apoyo parcial

El modelo de optimización planteado en esta tesis se inspira ampliamente en el conocido modelo de asignación 0–1 para el problema estacionario de selección de proyectos, el cual ha sido reiteradamente estudiado en la literatura especializada (e.g. Carazo et al., 2011, 2010; Cruz et al., 2014; Doerner et al., 2004, 2006; Fernandez et al., 2011, 2013; Stummer & Heidenberger, 2003).

Aquí se formula una extensión al modelo clásico, a través de la cual se da tratamiento a ciertas características asociadas al apoyo parcial. El modelo planteado es válido cuando el financiamiento incompleto de las propuestas causa una disminución en las funciones objetivo, la cual es conocida por la organización o —en su defecto— puede ser aproximada con un buen grado de precisión. Sin embargo, si dicha condición no está presente, el modelo es compatible con la conocida técnica de proyectos ficticios; por lo tanto, el apoyo parcial también puede ser manejado dentro del proceso de optimización a través de dicha técnica.

Además, en este modelo, el concepto de “la mejor cartera” no está exclusivamente en función de la dominancia de Pareto, como ha sido típicamente considerado en la literatura científica (e.g. Amiri, 2012; Chen & Chyu, 2010; Ghorbani & Rabbani, 2009; Gutjhar et al., 2010; Kremmel et al., 2011). Con la finalidad de identificar “la mejor cartera”, se ha tomado el modelo de preferencias propuesto por Fernandez et al. (2013). Así, no es necesario aproximar toda la frontera no dominada. En su lugar, se optimiza hacia una región dentro del frente de Pareto, la cual satisface las preferencias del DM de acuerdo al modelo preferencial.

4.2.1. Representación de las características generales del problema

A continuación se describen los elementos que se consideran básicos para modelar el problema de cartera:

- la cantidad de proyectos que compiten por financiamiento, representada como \mathbb{N} ;
- el número de criterios considerados por el DM para medir la calidad de las carteras y los proyectos, denotado como p ;
- cuántos tipos de recursos se están considerando (recursos económicos, humanos y tecnológicos, por mencionar algunos), denotado como q ;
- la cantidad presupuestada en cada categoría de recursos, representada mediante el vector $\mathbb{B} = \langle \mathbb{B}_1, \mathbb{B}_2, \mathbb{B}_3, \dots, \mathbb{B}_q \rangle$;
- el número de interacciones sinérgicas que afectan los valores objetivo, denotado como \mathbb{S} ; y
- la cantidad total de sinergias que modifican los costos, representada por la variable \mathbb{C} .

4.2.2. Representación de los proyectos

Si se solventan todos los gastos para un proyecto j , se espera entonces que —por su realización— exista una retribución a los objetivos organizacionales. Esta aportación se representa como $f_k^{\max}(j) \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$. Sin embargo, si se le asigna a la propuesta j sólo los recursos mínimos necesarios para su implementación, entonces la contribución a los objetivos decae a $f_k^{\min}(j) \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$.

Los costos asociados a la versión del proyecto j con el nivel mínimo de financiamiento se representa como $c_{j,l} \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}$.

Si el DM desea que el j -ésimo proyecto genere una determinada contribución a los objetivos —representada por el vector $x_j = \langle x_{j,1}, x_{j,2}, x_{j,3}, \dots, x_{j,p} \rangle$ — la organización debería suministrar los fondos necesarios que permitan al proyecto alcanzar tales valores esperados; lo cual puede calcularse mediante la expresión

$$c_l(x_j) = \varphi(x_j) \cdot [c_{j,l} + \Delta c_l(x_j)], \quad (4.1)$$

donde $\varphi(x_j)$ es una función binaria que indica si la j -ésima propuesta ha sido aprobada al menos en su versión mínima; esta función puede definirse como

$$\varphi(x_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{j,k} \geq f_k^{\min}(j) \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (4.2)$$

En la Ecuación 4.1, $\Delta c_l(x_j)$ representa la cantidad adicional de recursos que deben suministrarse al proyecto j , lo cual se calcula mediante la ecuación

$$\Delta c_l(x_j) = \sum_{k=1}^p \mathcal{W}_{j,k}^l(x_{j,k}), \quad (4.3)$$

donde $\mathcal{W}_{j,k}^l$ es una función que calcula el aumento en el l -ésimo costo por efecto de incrementar el k -ésimo objetivo del proyecto j . Nótese que $c_l(x_j)$ es una función de p variables discretas (ver Ecuaciones 4.1–4.3), por simplicidad usaremos la notación convencional de derivada parcial $\frac{\partial c_l(x_j)}{\partial k} = \partial_k c_{j,l}$ para denotar la función en diferencias de $c_l(x_j)$ respecto a la k -ésima variable. De este modo $\mathcal{W}_{j,k}^l$ puede calcularse como

$$\mathcal{W}_{j,k}^l(x_{j,k}) = \sum_{v=f_k^{\min}(j)}^{x_{j,k}-1} \partial_k c_{j,l}(v), \quad (4.4)$$

donde la función $\partial_k c_{j,l}$ debe estar definida para cada valor permitido de $x_{j,k}$ en el intervalo $[f_k^{\min}(j), f_k^{\max}(j)]$. Aquí, $\partial_k c_{j,l}(v)$ es el incremento en el l -ésimo costo producido al aumentar el k -ésimo objetivo (del proyecto j) desde v a $v + 1$. De este modo \mathcal{W} recoge la dependencia en el costo por alcanzar el impacto establecido en la variable $x_{j,k}$.

En aquellos casos donde $c_l(x_j)$ es linealmente creciente (o es posible aproximarla aceptablemente como tal) su sucesión de diferencias consiste en la repetición de un valor constante, lo que permite que \mathcal{W} pueda reducirse a

$$\mathcal{W}_{j,k}^l(x_{j,k}) = [x_{j,k} - f_k^{\min}(j)] \partial_k c_{j,l}, \quad (4.5)$$

donde $\partial_k c_{j,l}$ representa —en este caso particular— la cantidad de recursos (de la l -ésima categoría) consumidos por el j -ésimo proyecto para generar una unidad adicional del k -ésimo objetivo. Sin embargo, para el caso general se necesita calcular $\mathcal{W}_{j,k}^l$ mediante las “derivadas” parciales de $c_l(x_j)$ (Ecuación 4.4). Aquí entiéndase la derivada parcial $\partial_k c_{j,l}$ en el sentido de las matemáticas discretas: como una función discreta o sucesión que caracteriza las diferencias producidas en $c_l(x_j)$ por los cambios en la variable independiente $x_{j,k}$.

Los beneficios esperados al apoyar un proyecto j deben ser viables según el alcance del proyecto. Esta condición se modela por medio de las restricciones

$$0 \leq x_{j,k} \leq f_k^{\max}(j) \quad \forall j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\}, k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}. \quad (4.6)$$

Un caso especial de la Ecuación 4.1 sería $c_l(f_k^{\max}(j))$, el cual representa la cantidad de recursos (de la l -ésima categoría) consumidos por el j -ésimo proyecto cuando recibe el nivel máximo de apoyo.

4.2.3. Representación de las carteras

Una cartera se modela estableciendo todos los vectores x_j ($1 \leq j \leq \mathbb{N}$) e integrándolos en una matriz bidimensional x de tamaño $\mathbb{N} \times p$. Cada variable de decisión $x_{j,k}$ representa los beneficios, en el k -ésimo objetivo, provistos por el proyecto j . Cada variable entera $x_{j,k}$ debe cumplir la restricción expresada por la Ecuación 4.6. El costo asociado al financiar x puede calcularse por medio de la ecuación

$$\mathcal{C}_l(x) = \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} c_l(x_j) + \sum_{i=1}^{\mathbb{C}} h_i(x) \cdot H_{i,l}(x). \quad (4.7)$$

El primer término de la Ecuación 4.7 representa la suma de los costos (en la l -ésima categoría de recursos) de todas las propuestas favorecidas en la cartera x . El segundo término agrega los efectos sinérgicos que modifican el consumo de recursos. En la Ecuación 4.7, \mathbb{C} es el total de interacciones sinérgicas en costos, $h_i(x)$ es una función binaria que indica si la i -ésima sinergia esta activa en la cartera x , y $H_{i,l}$ es una función que estima el impacto de la i -ésima coalición sinérgica sobre el l -ésimo costo.

La función $h_i(x)$ puede definirse como

$$h_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } n_i \leq \sum_{j=1}^N \varphi(x_j) \cdot R_{i,j} \leq N_i, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (4.8)$$

donde $\varphi(x_j)$ es la función que indica si el proyecto j está financiado, n_i y N_i son, respectivamente, los límites mínimo y máximo —medidos en número de proyectos— para activar el efecto de la i -ésima sinergia, y R_i es un vector binario en el cual se señalan los proyectos que interactúan en la i -ésima relación de sinergia ($R_{i,j} = 1$ si j es uno de los proyectos de la i -ésima coalición sinérgica, y $R_{i,j} = 0$ en el caso contrario).

Ahora, denotemos como $r_{i,l}^{\min}$ al cambio inducido por la i -ésima sinergia sobre el l -ésimo costo si todos los proyectos en dicha coalición están financiados en su versión mínima, y tenga $r_{i,l}^{\max}$ una interpretación similar, pero aplicada al caso cuando todos los proyectos considerados en la i -ésima interacción han sido completamente financiados. Bajo esta perspectiva, $H_{i,l}(x)$ se define como

$$H_{i,l}(x) = r_{i,l}^{\min} + \left[\frac{\sum_{j=1}^N R_{i,j} \cdot \varphi(x_j) \cdot [c_l(x_j) - c_{j,l}]}{\sum_{j=1}^N R_{i,j} \cdot \varphi(x_j) \cdot [c_l(f^{\max}(j)) - c_{j,l}]} \right] (r_{i,l}^{\max} - r_{i,l}^{\min}). \quad (4.9)$$

Mediante la Ecuación 4.9 se estima la magnitud del efecto de la i -ésima sinergia sobre el l -ésimo costo. $H_{i,l}(x)$ es una función lineal de crecimiento uniforme entre $r_{i,l}^{\min}$ y $r_{i,l}^{\max}$. El segundo término de la Ecuación 4.9 hace que los valores de $H_{i,l}(x)$ sean proporcionales con el grado de satisfacción de recursos (de la l -ésima categoría) asignado —dentro de la cartera x — a los proyectos del i -ésimo grupo sinérgico.

Evidentemente, la condición de factibilidad más importante se relaciona con la disponibilidad presupuestal. Por consecuencia, cualquier cartera factible no debe generar un costo mayor al presupuesto. Este tipo de restricción se representa por medio de la expresión

$$C_l(x) \leq \mathbb{B}_l \quad \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}. \quad (4.10)$$

Por otro lado, los beneficios esperados al implementar una cartera x pueden calcularse por medio de la expresión

$$z_k(x) = \sum_{j=1}^N \varphi(x_j) \cdot x_{j,k} + \sum_{i=1}^S g_i(x) \cdot G_{i,k}(x). \quad (4.11)$$

En la Ecuación 4.11, el primer término es la suma acumulada de los beneficios generados —en el k -ésimo objetivo— por los proyectos apoyados en la cartera x , sin tomar en cuenta fenóme-

nos de sinergia; mientras que el segundo término estima el efecto acumulado de las coaliciones sinérgicas activas en la cartera x . En la Ecuación 4.11, S es la cantidad total de sinergias que modifican los valores objetivo, $g_i(x)$ es una función binaria que indica si la i -ésima interacción sinérgica está activa en la cartera, y $G_{i,k}(x)$ estima la magnitud del cambio —en la k -ésima función objetivo— provocado por dicha relación de sinergia.

La función $g_i(x)$ queda expresada mediante de la Ecuación 4.12 de la manera siguiente:

$$g_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } m_i \leq \sum_{j=1}^N \varphi(x_j) \cdot A_{i,j} \leq M_i, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (4.12)$$

donde m_i y M_i son los límites (inferior y superior, respectivamente) para activar la i -ésima relación de sinergia, y las variables binarias $A_{i,j}$ señalan —tomando el valor de uno— si la j -ésima propuesta forma parte del i -ésimo grupo sinérgico (en el caso contrario, $A_{i,j} = 0$).

En cuanto a la función $G_{i,k}(x)$, ésta puede definirse como

$$G_{i,k}(x) = a_{i,k}^{\min} + \left[\frac{\sum_{j=1}^N A_{i,j} \cdot \varphi(x_j) \cdot [x_{j,k} - f_k^{\min}(j)]}{\sum_{j=1}^N A_{i,j} \cdot \varphi(x_j) \cdot [f_k^{\max}(j) - f_k^{\min}(j)]} \right] (a_{i,k}^{\max} - a_{i,k}^{\min}), \quad (4.13)$$

donde $a_{i,k}^{\min}$ es el cambio inducido (en el k -ésimo objetivo) por la i -ésima sinergia cuando las propuestas, en dicho grupo sinérgico, se encuentran financiadas al mínimo necesario para su realización; mientras que $a_{i,k}^{\max}$ representa el efecto producido —por esta misma coalición sinérgica— cuando los proyectos reciben todos los recursos solicitados. De acuerdo con la Ecuación 4.13, $G_{i,k}(x)$ es una función de interpolación lineal entre $a_{i,k}^{\min}$ y $a_{i,k}^{\max}$ que guarda la proporcionalidad con los beneficios generados por los proyectos de la i -ésima interacción.

4.2.4. Representación de las restricciones estratégicas

Existen varias razones por las cuales el DM puede establecer restricciones adicionales sobre la distribución de los recursos. Tales restricciones surgen como consecuencia de alguno de los siguientes propósitos:

- evitar la monopolización del presupuesto por parte de un grupo de proyectos afines;
- fortalecer algún sector (región, área de aplicación o departamento) que sea de particular interés para la organización;
- impulsar el desarrollo integral en todas las áreas relativas a la organización; y
- evitar el financiamiento de aquellos proyectos que sean mutuamente excluyentes.

Con la intención de modelar las restricciones antes mencionadas, consideremos los siguientes elementos:

- el número total de agrupaciones para los proyectos, representado como \mathbb{D} ;
- el impacto de los proyectos sobre cada uno de estos grupos, denotado por el arreglo unidimensional $I_m = \langle I_m^1, I_m^2, I_m^3, \dots, I_m^{\mathbb{N}} \rangle$ donde cada variable I_m^j es la contribución específica del proyecto j al m -ésimo grupo (para $m \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{D}\}$);
- la contribución máxima que puede recibir cada grupo de proyectos, representada por el vector $U = \langle U_1, U_2, U_3, \dots, U_{\mathbb{D}} \rangle$; y
- la contribución mínima requerida para cada grupo, denotada mediante el arreglo unidimensional $L = \langle L_1, L_2, L_3, \dots, L_{\mathbb{D}} \rangle$.

Es importante que cada vector I_m guarde consistencia con sus límites asociados U_m y L_m , por lo tanto, deben medirse en las mismas unidades de impacto (por ejemplo, número de propuestas financiadas o cantidad de recursos asignados). De esta forma, una cartera x es factible si satisface la restricción

$$L_m \leq \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(x_j) \cdot I_m^j \leq U_m \quad \forall m \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{D}\}. \quad (4.14)$$

4.2.5. Planteamiento del problema de optimización

Partiendo de los elementos definidos hasta este punto, se puede enunciar que la solución al problema de cartera de proyectos es una cartera x (obtenida al establecer los valores para las variables de decisión enteras $x_{j,k} \forall j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\}, k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$) que ofrece el mejor compromiso al DM según las funciones objetivo $z_k(x)$ (Ecuación 4.11). Una condición necesaria, más no suficiente, para que x sea el mejor compromiso es que sea una solución eficiente al problema

$$\max_{x \in R_F} \left\{ \langle z_1(x), z_2(x), z_3(x), \dots, z_p(x) \rangle \right\}, \quad (4.15)$$

donde R_F es el espacio de carteras factibles acotado por:

- las restricciones relacionadas con el alcance de los proyectos, modeladas por medio de la Ecuación 4.6;
- las restricciones sobre los recursos presupuestados, representadas en la Ecuación 4.10; y
- las restricciones estratégicas impuestas por el DM, modeladas por la Ecuación 4.14.

La naturaleza multiobjetivo del Problema 4.15 implica que la dominancia de Pareto debe considerarse como un factor esencial respecto a la calidad de las soluciones. Sin embargo, el hecho de que una solución sea Pareto-eficiente no garantiza que sea un buen compromiso desde la óptica del DM. Por lo tanto, solucionar el problema de cartera —en una manera satisfactoria— es un problema que va más allá de la generación del conjunto de Pareto.

4.3. La mejor cartera de acuerdo a Fernandez et al. (2011)

Inclusive entre soluciones Pareto-eficientes, el DM “siente” que algunas de ellas ofrecen un mejor escenario en la consecución de las metas organizacionales. En este sentido, el DM advierte que unas carteras son mejores que otras. Bajo esta premisa, ningún método de optimización que aborde el Problema 4.15 puede, por si solo, identificar “la mejor cartera” si no considera las preferencias del DM. Si se desea ayudar al DM en una manera realmente efectiva, sus preferencias deberían tomarse en cuenta, ya sea antes, durante o después del proceso de optimización.

Abordando esta problemática, Fernandez et al. (2010) propusieron un modelo basado en las relaciones de preferencia descritas por Roy (1996). En dicho modelo, la calidad de las carteras no depende exclusivamente de la dominancia de Pareto, sino que —mediante la incorporación de relaciones borrosas de preferencia— es posible identificar una subregión de la frontera eficiente, en la cual es más probable (en contraste con el resto de la frontera) encontrar la mejor cartera, según la relación de preferencia estricta.

Posteriormente, Fernandez et al. (2011) extienden su modelo, agregando las relaciones de preferencia débil y de k -preferencia. De esta forma, el modelo adquiere una mayor capacidad discriminatoria.

Dado que este modelo se basa en relaciones de sobreclasificación, es indispensable estimar el grado de credibilidad de la afirmación “ x es al menos tan bueno como y ”, representado mediante la función $\sigma(x, y)$. Este valor podría calcularse por medio de métodos reportados en la literatura, tales como ELECTRE (Figueira et al., 2005; Roy, 1990) y PROMETHEE (Brans & Mareschal, 1990, 2005; Brans et al., 1986). En este trabajo, el cálculo de $\sigma(x, y)$ está basado en ELECTRE III (Roy, 1996). En el Apéndice A se explica, y ejemplifica, cómo calcular dicho valor.

Considerando los parámetros λ , β y ϵ ($0 \leq \epsilon \leq \beta \leq \lambda \leq 1$ y $\lambda \geq 0.5$), el modelo es capaz de establecer alguna de las siguientes relaciones de preferencia para cada par de carteras (x, y) :

- *Preferencia estricta*: Denotada como xPy , representa aquella situación cuando el DM prefiere significativamente a x sobre y . Aquí, el decisor puede dar razones claras justificando por qué cree que x es una mejor alternativa. En términos de $\sigma(x, y)$, esta relación está definida como la unión de las tres siguientes condiciones:
 - a) x domina a y ;
 - b) $\sigma(x, y) \geq \lambda \wedge \sigma(y, x) < 0.5$; y
 - c) $\sigma(x, y) \geq \lambda \wedge (0.5 \leq \sigma(y, x) < \lambda) \wedge (\sigma(x, y) - \sigma(y, x)) \geq \beta$.
- *Indiferencia*: Al comparar ambas alternativas, el DM observa un alto grado de equivalencia y homogeneidad; y, por consecuencia, él no puede decidirse por una de ellas. Esta relación se representa como xIy , y en términos de $\sigma(x, y)$ se define como la intersección de las condiciones:
 - a) $\sigma(x, y) \geq \lambda \wedge \sigma(y, x) \geq \lambda$; y

$$b) |\sigma(x, y) - \sigma(y, x)| \leq \epsilon.$$

- *Preferencia débil*: Esta relación modela un estado de duda entre la preferencia estricta y la indiferencia. Se representa como xQy , y se define como la conjunción de:
 - a) $\sigma(x, y) \geq \lambda \wedge \sigma(x, y) \geq \sigma(y, x)$; y
 - b) $\neg xPy \wedge \neg yIx$.
- *Incomparabilidad*: Desde la perspectiva del DM, existe tal grado de heterogeneidad entre las soluciones que no puede compararlas y, por ende, no es capaz de establecer preferencia a favor de alguna de ellas. Esta relación se representa como xRy y está definida como $R = \{(x, y) : \sigma(x, y) < 0.5 \wedge \sigma(y, x) < 0.5\}$.
- *k-preferencia*: Esta relación representa un estado de duda entre la preferencia estricta y la incomparabilidad. Es denotada como xKy , y definida como la intersección de las condiciones:
 - a) $0.5 \leq \sigma(x, y) < \lambda$;
 - b) $\sigma(y, x) < 0.5$; y
 - c) $\sigma(x, y) - \sigma(y, x) > \frac{\beta}{2}$.

De entre un conjunto de alternativas factibles O , es posible detectar un subconjunto de soluciones potenciales para ser el mejor compromiso, lo cual se logra por medio de las relaciones de sobreclasificación antes definidas.

Primeramente —tomando el concepto de preferencia estricta— consideremos $S(O, x) = \{y \in O | yPx\}$ como el conjunto de soluciones que son estrictamente preferidas sobre x . Si $y \in S(O, x)$, implica que x no puede ser el mejor compromiso, dado que el DM puede justificar su fallo a favor de y . Con esta idea en mente, se puede definir *la frontera no superada estrictamente* como

$$NS(O) = \{x \in O | S(x, O) = \emptyset\}, \quad (4.16)$$

así, el mejor compromiso es una solución en $NS(O)$. Nótese que —de acuerdo a la definición de preferencia estricta— la frontera no superada estrictamente es un subconjunto de la frontera de Pareto.

Sin embargo, todavía el DM podría percibir diferencias entre las soluciones no superadas estrictamente. Esta predilección por ciertas soluciones en $NS(O)$ es modelada por medio de la preferencia débil y la k -preferencia, las cuales pueden interpretarse como formas debilitadas de la preferencia estricta. Así, definamos $W(x, O) = \{y \in NS(O) | yQx \vee yKx\}$ como el conjunto de soluciones que son débilmente preferidas sobre x , y nombremos al conjunto

$$NW(O) = \{x \in NS(O) | NW(x, O) = \emptyset\}, \quad (4.17)$$

como *la frontera no superada débilmente*. Aquellas soluciones que pertenecen $NW(O)$ ofrecen mejores condiciones desde la óptica del decisor y, por consecuencia, poseen un mayor potencial para convertirse en la elección final del DM. Es importante resaltar el hecho que $NW(O) \subseteq NS(O)$.

Aunado a las relaciones “débiles” de sobreclasificación, Fernandez et al. (2011) consideran el flujo neto como otro criterio válido para detectar diferencias entre soluciones de la frontera no superada estrictamente. El flujo neto de una solución x en la frontera no superada estrictamente se define como

$$F_n(x) = \sum_{y \in NS(O) \setminus \{x\}} [\sigma(x, y) - \sigma(y, x)]. \quad (4.18)$$

Obsérvese que $F_n(y) > F_n(x)$ denota cierta preferencia de y sobre x . Por esta razón, se considera que las soluciones con mayor flujo neto son superiores. Así, de entre un conjunto O , las soluciones con mejor flujo neto están en el conjunto

$$NF(O) = \{x \in NS(O) | F(O, x) = \emptyset\}, \quad (4.19)$$

donde $NF(O)$ es la frontera no superada en flujo neto, y

$$F(O, x) = \{y \in NS(O) | F_n(y) > F_n(x)\}, \quad (4.20)$$

así, consideremos que $NF(O) \subseteq NS(O)$.

El mejor compromiso, compatible con el modelo borroso de sobreclasificación, es una solución no dominada al problema triobjetivo:

$$\min_{x \in O} \{ \langle |S(O, x)|, |W(O, x)|, |F(O, x)| \rangle \}. \quad (4.21)$$

Dado que el mejor compromiso debe ser una solución no superada estrictamente, $|S(O, x)|$ posee prioridad lexicográfica en el Problema 4.21. Una solución ideal al Problema 4.21 sería una cartera x con $S(O, x) = W(O, x) = F(O, x) = \emptyset$, lo cual implica haber identificado la alternativa en O que simultáneamente pertenece a:

- a) la frontera de Pareto;
- b) la frontera no superada estrictamente;
- c) la frontera no superada débilmente; y
- d) la frontera no superada en flujo neto.

Sin embargo, debido a la naturaleza propia de las relaciones de sobreclasificación, puede no haber una solución $\langle 0, 0, 0 \rangle$ al Problema 4.21. Ante tal situación, aquellas soluciones no dominadas al Problema 4.21 son las que ofrecen las mejores condiciones para ser el mejor compromiso final.

Por otro lado, es importante destacar que la definición del mejor compromiso planteada por la Ecuación 4.21 es compatible con el concepto de dominancia de Pareto; es más, las soluciones eficientes al Problema 4.21 son un subconjunto de la frontera no dominada al Problema 4.15.

En general, la principal dificultad al aplicar métodos basados en reglas de sobreclasificación es encontrar una configuración de parámetros que realmente refleje las preferencias del

DM. Esta tarea es compleja y ha sido ampliamente investigada en el campo de los métodos de sobreclasificación (e.g. Dias & Mousseau, 2006; Figueira & Roy, 2002; Frikha et al., 2010; Mosseau & Slowinski, 1998; Mousseau et al., 2001; Rogers & Bruen, 1998). Para abordar esta tarea, Fernandez et al. (2013) y Cruz et al. (2014) sugieren el Análisis por Desagregación de Preferencias (*Preference Disaggregation Analysis*, PDA). PDA (Jacquet-Lagrèze & Siskos, 2001) es un paradigma vigente en el área del MCDA, y ha recibido un interés creciente en los últimos años (e.g. Argyris et al., 2011; Covantes et al., 2013; Doumpos et al., 2009; Doumpos & Zopounidis, 2014; Fernandez et al., 2012). PDA infiere los parámetros del modelo a partir de juicios hechos por el DM. Tales juicios se obtienen a partir de un conjunto de carteras ficticias, para las cuales el DM es capaz de emitir una decisión fácilmente. Estas carteras están especialmente diseñadas para inferir los valores de los parámetros del modelo. De esta manera se alcanza una configuración inicial aceptable para el modelo de sobreclasificación.

4.4. Algunas observaciones notables

En esta tesis se propone un modelo de optimización que resuelve problemas de cartera con apoyo parcial, de la manera planteada a lo largo de este capítulo. Finalmente, se desea enfatizar que este modelo se caracteriza particularmente por:

- El espacio de búsqueda asociado a las variables de decisión, el cual es mayor a aquél derivado al emplear el modelo clásico de cartera. En los modelos precedentes, una cartera es definida por un vector de variables binarias $y = \langle y_1, y_2, y_3, \dots, y_{\mathbb{N}} \rangle$, donde \mathbb{N} es el total de propuestas de proyecto. En el modelo abordado en esta tesis, las variables de decisión son los valores objetivo esperados para cada proyecto; bajo este esquema, una cartera x está definida como una matriz bidimensional de variables enteras, descrita como:

$$x = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} & \dots & x_{1,p} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,3} & \dots & x_{2,p} \\ x_{3,1} & x_{3,2} & x_{3,3} & \dots & x_{3,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{\mathbb{N},1} & x_{\mathbb{N},2} & x_{\mathbb{N},3} & \dots & x_{\mathbb{N},p} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

cuyo tamaño es $\mathbb{N} \times p$, donde p es el número de objetivos.

- Al incorporar el modelo preferencial (Fernandez et al., 2011), la calidad de las carteras está en función de las preferencias del DM. La solución al Problema 4.21 es una cartera (o un conjunto relativamente pequeño) que ofrece el mejor escenario de acuerdo a las relaciones de sobreclasificación. Así, se mitigan sustancialmente las problemáticas que emergen al intentar seleccionar el mejor compromiso de entre un conjunto de soluciones eficientes evaluadas en muchos objetivos.

CAPÍTULO 5

Propuesta de solución

ESTA tesis presenta a NO-ACO (*Non-Outranked Ant Colony Optimization*), un enfoque metaheurístico basado en la propuesta de optimización planteada por Dorigo & Gambardella (1997). La idea original está inspirada en la capacidad natural de las hormigas para encontrar rutas cada vez más cortas entre el hormiguero y su fuente de comida. En general, los algoritmos basados en optimización por colonia de hormigas (*Ant Colony Optimization*, ACO) son metaheurísticas poblacionales, en las cuales cada elemento de la población —o mejor dicho, cada hormiga de la colonia— construye una solución. Los algoritmos ACO emulan la “inteligencia colectiva” de la colonia por medio de una estructura de aprendizaje reforzado, la cual es llamada “feromona” y —al igual que su homónimo en la naturaleza— actúa como un medio de comunicación entre las hormigas.

A pesar de que este enfoque ha sido adaptado en más de una ocasión para resolver problemas de optimización multiobjetivo (e.g. Berrichi et al., 2010; Chaharsooghi & Kermani, 2008; Yagmahan & Yenisey, 2008), y que inclusive ha sido aplicado en la selección de proyectos (Doerner et al., 2004), la originalidad de NO-ACO radica en su capacidad para abordar problemas de cartera con:

- a) muchas funciones objetivo a optimizar; y
- b) un alto número de proyectos susceptibles de recibir financiamiento parcial.

Al tomar el modelo preferencial propuesto por Fernandez et al. (2013), en esta tesis se da tratamiento a las problemáticas que emergen al tratar con el inciso a); mientras que aquellas asociadas a b) son abordadas mediante la hibridación con programación lineal entera. A lo largo de este capítulo se presenta la propuesta de solución, describiendo detalladamente los distintos elementos que la conforman.

5.1. Una descripción general de NO-ACO

En NO-ACO, el proceso de optimización se desempeña a través de una colonia de hormigas artificiales. En la primera iteración, las hormigas optimizan una función de suma ponderada haciendo uso del procedimiento *Branch & Cut* implementado en CPLEX[®] 12.5. Se mide la calidad de estas soluciones por medio de la Ecuación 4.21, para que, subsiguientemente, las hormigas realicen el primer depósito de feromona en base a las soluciones mejor evaluadas, incrementando así la presión selectiva hacia el mejor compromiso.

En las generaciones subsecuentes, cada hormiga —partiendo de una cartera vacía— agrega, uno a uno, los proyectos que considera pertinentes para formar una cartera de alta calidad. El criterio utilizado por la hormiga para seleccionar cuáles proyectos financiar recibe el nombre de *regla de selección*. Para cada proyecto seleccionado debe establecerse un nivel de apoyo, lo cual se realiza por medio de la *regla de asignación*. Ésta se ejecuta justo después de la regla de selección.

Las hormigas —cuando hayan terminado la fase de construcción de carteras— depositarán una cantidad de feromona proporcional a la calidad de las carteras generadas. La feromona es usada como un medio de aprendizaje, que permite a las hormigas de la siguiente generación adquirir conocimiento acerca de la estructura presente en las mejores soluciones conocidas. Este conocimiento se enriquece generación tras generación y, en el largo plazo, permite a la colonia descubrir los patrones de asignación presentes en las soluciones más eficientes.

Para evitar que el algoritmo termine por convergencia prematura, la colonia incluye un mecanismo de olvido estratégico, denominado *evaporación*, en el cual los rastros de feromona decaen conforme el tiempo —medido en iteraciones— transcurre.

Asimismo, NO-ACO incluye una búsqueda local de vecindad variable que se realiza sobre las mejores soluciones generadas en cada iteración. Este esquema intensificador es complementado por un mecanismo diversificador, en el cual las carteras que han permanecido como las mejores soluciones durante varias generaciones sucesivas son temporalmente descartadas del proceso de optimización. Esto permite redirigir el esfuerzo computacional hacia regiones poco exploradas en el espacio de búsqueda. Tal comportamiento es deseable cuando el algoritmo se estanca en un óptimo local.

El proceso de optimización finaliza cuando se alcanza uno de los siguientes criterios:

- por convergencia, cuando el mismo conjunto de soluciones permanece como el mejor compromiso durante varias generaciones sucesivas; o
- por divergencia, cuando se ha alcanzado un número máximo de iteraciones.

5.2. Representación de la feromona

Se emplea usualmente la letra griega τ para representar a la feromona. Ésta se modela en NO-ACO como una matriz bidimensional de tamaño $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, donde \mathbb{N} es la cantidad total de propuestas de proyecto.

La feromona entre un par de proyectos i y j se representa como $\tau_{i,j}$ e indica qué tan beneficioso es que ambos proyectos estén financiados simultáneamente. Las hormigas actualizan los valores en dicha matriz mediante la evaporación y el depósito de la feromona. Dichas actualizaciones se realizan de tal modo que los valores de la feromona oscilan dentro del rango $(0, 1]$. Bajo esta perspectiva, $\tau_{i,j} = 1$ indica que el par de proyectos (i, j) ha formado parte de las mejores carteras conocidas, pero cuando $\tau_{i,j} \rightarrow 0$ se entiende que la combinación (i, j) no ha figurado en las mejores soluciones. Como es de esperarse, las hormigas son influenciadas a reproducir la presencia del par (i, j) cuando $\tau_{i,j} = 1$ y a evitarla cuando $\tau_{i,j} \approx 0$. La matriz de feromona se inicializa en uno, con la finalidad de relajar la presión que ejercen las primeras generaciones, en las cuales —muy probablemente— las mejores soluciones son sólo óptimos locales.

Esta estructuración de la feromona permite identificar las combinaciones de proyectos que generaron soluciones de alta calidad. Es muy probable que algunas interacciones de sinergia (en particular aquéllas que incrementan los beneficios y/o disminuyen los costos) ocurran en las mejores carteras. Estas combinaciones favorables se detectan gracias a la matriz de feromona, mediante la cual se hereda este conocimiento a las siguientes generaciones de la colonia.

5.3. Generación de la población inicial

Las hormigas de la primera generación construyen sus carteras en una manera radicalmente diferente, respecto a las hormigas de cualquier otra generación. Para realizar esta tarea, ellas se valen del procedimiento *Branch & Cut* provisto en CPLEX[®] 12.5, usando $gap = 0.15$ y delimitando el tiempo de cómputo a 30 milisegundos. Cada hormiga intenta generar una solución óptima a una simplificación del Problema 4.15. Tal simplificación consiste en optimizar una función de suma ponderada en lugar de buscar la frontera de Pareto para p objetivos. Cada hormiga genera el vector de pesos de manera aleatoria. El óptimo a este problema de optimización escalar corresponde con un punto Pareto-eficiente a la función vectorial original (Fonseca & Flemming, 1997). Así, si el *Branch & Cut* puede ejecutarse hasta alcanzar la condición de optimalidad, éste proporcionaría una solución verdaderamente no dominada. Sin embargo, también es cierto que por medio de este tratamiento no es posible generar ciertas porciones de la frontera de Pareto, dependiendo de la convexidad y continuidad de ésta (Das & Dennis, 1997).

Por otro lado, el problema se relaja aún más al considerar —para cada proyecto— sólo cuatro niveles de apoyo:

- a) no ser financiado;

- b) recibir el nivel mínimo de financiamiento;
- c) recibir el nivel máximo de apoyo; y
- d) ser financiado a un nivel intermedio entre b) y c).

Este tratamiento resulta en una versión simplificada del problema original, la cual se introduce como un modelo ILP dentro de CPLEX® y se soluciona mediante el *Branch & Cut* implementado en este software.

Después de restringir los niveles de financiamiento, es muy probable que la solución obtenida por el *Branch & Cut* al problema simplificado no corresponda a una solución eficiente al problema multiobjetivo original. Soluciones claramente subóptimas son aquéllas con un presupuesto remanente que —al ser invertido en algún proyecto— puede incrementar al menos una de las funciones objetivo de la cartera. Cuando se detecta esta condición, el presupuesto residual se invierte en los proyectos parcialmente financiados. Bajo este esquema, las soluciones iniciales de NO-ACO son obtenidas mediante un proceso de dos fases. En la primera fase, CPLEX® aproxima una solución eficiente a un problema de granularidad gruesa para obtener una cartera con proyectos parcialmente financiados; mientras que la segunda fase refina dicha solución, empleando un procedimiento voraz. Este procedimiento intenta asignar el presupuesto remanente a aquellos proyectos parcialmente financiados (durante la primera fase) que son los más ventajosos según la relación costo-beneficio; la cual puede estimarse como

$$\eta_j^{\text{máx}} = \frac{\frac{1}{\mathfrak{C}_{\text{máx}}(j)} \sum_{k=1}^p \left[\frac{f_k^{\text{máx}}(j)}{\max_{i \in \{1,2,3,\dots,\mathbb{N}\}} \{f_k^{\text{máx}}(i)\}} \right]}{\max_{l \in \{1,2,3,\dots,\mathbb{N}\}} \left\{ \frac{1}{\mathfrak{C}_{\text{máx}}(l)} \sum_{k=1}^p \left[\frac{f_k^{\text{máx}}(l)}{\max_{i \in \{1,2,3,\dots,\mathbb{N}\}} \{f_k^{\text{máx}}(i)\}} \right] \right\}}. \quad (5.1)$$

Con la finalidad de guardar consistencia a lo largo de este documento de tesis, las ecuaciones descritas en este capítulo emplean la nomenclatura desarrollada para el modelo del Capítulo 4. Así, al analizar la Ecuación 5.1, p representa el total de funciones objetivo, \mathbb{N} es la cantidad de propuestas participantes y $f_k^{\text{máx}}(j)$ es la máxima contribución al objetivo k que el j -ésimo proyecto puede aportar. En la Ecuación 5.1, $\mathfrak{C}_{\text{máx}}(j)$ es una medida proporcional a los recursos requeridos por el j -ésimo proyecto cuando es financiado completamente, la cual puede calcularse por medio de la expresión

$$\mathfrak{C}_{\text{máx}}(j) = \frac{1}{q} \sum_{l=1}^q \left[\frac{c_l (f^{\text{máx}}(j))}{\mathbb{B}_l} \right], \quad (5.2)$$

donde q es el total de categorías de recursos, $c_l (f^{\text{máx}}(j))$ es la cantidad (del l -ésimo recurso) solicitada por el j -ésimo proyecto cuando es favorecido con la asignación máxima de recursos, y \mathbb{B}_l es el presupuesto disponible en la l -ésima categoría de recursos.

El numerador de la Ecuación 5.1 es el cociente entre la suma de los beneficios del j -ésimo proyecto y su costo. Ambos valores han sido estandarizados con la finalidad de aminorar los efectos resultantes al manejar distintas escalas, tanto en objetivos como en costos. Siguiendo este orden de ideas, el denominador de la Ecuación 5.1 permite que los valores de $\eta_j^{\text{máx}}$ queden estandarizados.

En el Algoritmo 5.1 se ilustra el proceso de generación de soluciones iniciales en NO-ACO. En las Líneas 2–6 se representa la primera fase de este proceso, la cual consiste en:

- 1) generar aleatoriamente los pesos de los objetivos (Línea 2);
- 2) establecer aleatoriamente los niveles intermedios de financiamiento para cada proyecto (Líneas 3–5); y
- 3) solucionar por medio de *Branch & Cut* el modelo generado (Línea 6).

Las variables aleatorias discretas $\mathcal{U}_{j,k}$ —presentadas en la Línea 4— siguen una distribución aleatoria uniforme entre $f_k^{\text{mín}}(j)$ y $f_k^{\text{máx}}(j)$, que representan la aportación al k -ésimo objetivo que el proyecto j puede realizar cuando es financiado en sus versiones mínima y máxima, respectivamente.

La segunda fase en la construcción de la población inicial está representada en las Líneas 7–17 del Algoritmo 5.1. Las variables $\mathbb{B}_{\text{agotado}}$ y $\mathbb{B}_{\text{insuficiente}}$ (Líneas 9–10) detectan condiciones que indican —claramente— que el presupuesto remanente es insuficiente para invertirse en algún proyecto de la cartera x (provista por CPLEX®). En las ecuaciones expresadas en las Líneas 9–10, \mathbb{B}_l es el presupuesto disponible en la categoría de recursos l , $C_l(x)$ es el costo —en la l -ésima categoría— requerido para implementar la cartera x , q es la cantidad total de categorías de recursos, $\varphi(x_j)$ es la función que indica si el j -ésimo proyecto está financiado en la cartera x , y $\partial_k c_{j,l}(x_{j,k})$ son los recursos —en la l -ésima categoría— consumidos por el j -ésimo proyecto para incrementar en una unidad el k -ésimo objetivo. Aquí, si $x_{j,k} = f_k^{\text{máx}}(j)$ se tomará por conveniencia $\partial_k c_{j,l}(x_{j,k}) = \infty$ para impedir asignaciones infactibles para el j -ésimo proyecto.

En las Líneas 11–16 se realiza el proceso de afinación de las soluciones. En la Línea 14, Δk es el máximo incremento que se generaría si se invirtiera todo el remanente del presupuesto en el k -ésimo objetivo del proyecto j ; asegurando que dicho incremento esté dentro del alcance del j -ésimo proyecto y conservando la factibilidad de la cartera x . En la ecuación de la Línea 14, $\mathcal{W}_{j,k}^l(v)$ es la función que calcula el incremento en el l -ésimo costo por alcanzar el impacto v en el k -ésimo objetivo del proyecto j (ver Ecuación 4.4).

Una vez que todas las hormigas han construido su cartera inicial, el siguiente paso consiste en modificar los rastros feromona. Primero se evaporará la matriz de feromona, para después intensificarla en función de las carteras mejor evaluadas.

Algoritmo 5.1: Generación de la población inicial

Entrada: P (un objeto que encapsula los datos del problema)
Salida: O (conjunto de soluciones generadas)
Inicializar: $obj \leftarrow \langle 1, 2, 3, \dots, p \rangle$, $proy \leftarrow \langle 1, 2, 3, \dots, \mathbb{N} \rangle$, $O \leftarrow \emptyset$

```

1  para cada hormiga en la colonia hacer
2       $w \leftarrow \text{generar\_pesos}()$ 
3      para cada  $j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\}$  hacer
4           $f^{\text{int}}(j) \leftarrow \langle \mathcal{U}_{j,1}, \mathcal{U}_{j,2}, \mathcal{U}_{j,3}, \dots, \mathcal{U}_{j,p} \rangle$  donde  $\mathcal{U}_{j,k} \sim U[f_k^{\text{mín}}(j), f_k^{\text{máx}}(j)]$ 
5       $f^{\text{int}} \leftarrow \langle f^{\text{int}}(1), f^{\text{int}}(2), f^{\text{int}}(3), \dots, f^{\text{int}}(\mathbb{N}) \rangle$ 
6       $x \leftarrow \text{branch\&cut}(P, w, f^{\text{int}})$ 
7      ordenar  $proy$  descendientemente de acuerdo al valor  $\eta_j^{\text{máx}}$  asociado a cada proyecto  $j$ 
8      ordenar  $obj$  descendientemente de acuerdo al vector de pesos  $w$ 
9       $\mathbb{B}_{\text{agotado}} \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) = 0 \quad \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$ 
10      $\mathbb{B}_{\text{insuficiente}} \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{si } \exists l \in \{1, 2, \dots, q\} : \mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) < \underset{\substack{j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \\ k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}}}{\text{mín}} \left\{ \partial_k \mathcal{C}_{j,l}(x_{j,k}) \mid \varphi(x_j) = 1 \right\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$ 
11     para cada  $j \in proy$  hacer // tomados en orden
12         si  $\varphi(x_j) = 1 \wedge (\mathbb{B}_{\text{agotado}} + \mathbb{B}_{\text{insuficiente}} = 0)$  entonces
13             para cada  $k \in obj$  hacer // tomados en orden
14                  $\Delta k \leftarrow \underset{l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}}{\text{mín}} \left\{ \underset{v \in \{x_{j,k}, x_{j,k}+1, \dots, f_k^{\text{máx}}(j)\}}{\text{máx}} \left\{ v \mid \mathcal{W}_{j,k}^l(v) - \mathcal{W}_{j,k}^l(x_{j,k}) \leq \mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) \right\} \right\}$ 
15                  $x_{j,k} \leftarrow \Delta k$ 
16             recalcular  $\mathbb{B}_{\text{agotado}}$  y  $\mathbb{B}_{\text{insuficiente}}$ 
17          $O \leftarrow O \cup \{x\}$ 
18     devolver  $O$ 

```

5.4. Evaporación de la feromona

En cada iteración la intensidad de la feromona decae por el efecto de la evaporación. Este proceso se modela en NO-ACO como

$$\tau_{i,j} = (1 - \rho) \tau_{i,j} \quad \forall (i, j) \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \times \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\}, \quad (5.3)$$

donde ρ es un parámetro conocido como *tasa de evaporación*, el cual —como es de esperar— recibe un valor entre cero y uno. La evaporación proporciona dos beneficios importantes:

- a) hacer menos atractivas aquellas combinaciones de proyectos que nunca han figurado en carteras de alta calidad; y

- b) “olvidar” gradualmente la estructura de aquellas soluciones que —en algún punto del proceso de optimización— fueron consideradas “las mejores”, pero que posteriormente la colonia detectó que en realidad eran subóptimas.

5.5. Intensificación de la feromona

En una colonia con n hormigas, se generan n nuevas soluciones por iteración, además hay un conjunto de tamaño m que contiene las mejores soluciones encontradas en generaciones anteriores. Si ambos conjuntos de alternativas se integran como un solo conjunto O de cardinalidad $n + m$, es posible identificar la frontera no superada estrictamente, $NS(O)$.

Pero incluso, a los ojos del DM, las soluciones en $NS(O)$ suelen ofrecer diferentes niveles de satisfacción a los intereses organizacionales. Así, $NS(O)$ es subdividido en frentes de dominación. Estos frentes son obtenidos considerando la minimización de dos objetivos, $W(O, x)$ y $F(O, x)$, conforme a la definición del mejor compromiso expresada en el Problema 4.21. El conjunto de tales frentes es denotado como $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \mathcal{F}_3, \dots, \mathcal{F}_k, \mathcal{F}_{k+1}, \dots\}$, donde \mathcal{F}_1 contiene las soluciones no dominadas, \mathcal{F}_2 contiene las carteras dominadas por sólo una solución, \mathcal{F}_3 a aquéllas dominadas por dos soluciones, y así sucesivamente. En general, las carteras dominadas por k soluciones pertenecen al frente \mathcal{F}_{k+1} . El conjunto \mathcal{F} será considerado durante la intensificación de los rastros de feromona, con la intención de incrementar la presión selectiva hacia la RoI y, particularmente, hacia el mejor compromiso.

Cada par de proyectos (i, j) en cada cartera $x \in O$ modifica los valores de la matriz de feromona de acuerdo a la expresión

$$\tau_{i,j} = \begin{cases} \tau_{i,j} + \Delta\tau_{i,j} & \text{si } x \in NS(O), \\ \tau_{i,j} & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (5.4)$$

Si x es una solución no superada estrictamente, entonces existe un valor para el subíndice k tal que $x \in \mathcal{F}_k$. Con esta idea en mente, la magnitud en el incremento de la feromona se define como

$$\Delta\tau_{i,j} = \left(\frac{|\mathcal{F}| - k + 1}{|\mathcal{F}|} \right) (1 - \tau_{i,j}), \quad (5.5)$$

donde i y j son índices de proyectos financiados en la cartera x .

5.6. Construcción de carteras

Exceptuando a la primera generación, las hormigas construyen una solución partiendo de una cartera vacía, a la cual van añadiendo —uno a uno— los proyectos que desean financiar. En cada paso de este proceso las hormigas tienen dos tareas por desempeñar:

- 1) seleccionar la siguiente propuesta a financiar; y
- 2) establecer un nivel de apoyo para tal proyecto.

Las hormigas seleccionan los proyectos basándose en una evaluación compuesta de dos factores: el conocimiento heurístico y el aprendizaje reforzado.

5.6.1. Conocimiento heurístico o local

Éste mide la bondad atribuida individualmente a los proyectos. En este punto, la relación costo-beneficio es considerada, ya que permite detectar los proyectos que ofrecen el mejor rendimiento al recurso invertido.

Para cada proyecto j se calculan dos valores para el conocimiento local, cada cual corresponden a uno de los dos casos extremos en la asignación de recursos:

- a) proveer sólo los recursos mínimos necesarios para implementar el j -ésimo proyecto; y
- b) suministrar a la propuesta j la totalidad de los requerimientos presupuestados.

Estos valores son representados como η_j^{\min} y η_j^{\max} y expresan una relación costo-beneficio estandarizada. La Ecuación 5.1 expresa el cálculo de η_j^{\max} (el conocimiento local asociado al proyecto j cuando se encuentra completamente financiado). Similarmente, puede expresarse el cálculo de η_j^{\min} como

$$\eta_j^{\min} = \frac{\frac{1}{\mathfrak{C}_{\min}(j)} \sum_{k=1}^p \left[\frac{f_k^{\min}(j)}{\max_{i \in \{1,2,3,\dots,N\}} \{f_k^{\min}(i)\}} \right]}{\max_{l \in \{1,2,3,\dots,N\}} \left\{ \frac{1}{\mathfrak{C}_{\min}(l)} \sum_{k=1}^p \left[\frac{f_k^{\min}(l)}{\max_{i \in \{1,2,3,\dots,N\}} \{f_k^{\min}(i)\}} \right] \right\}}, \quad (5.6)$$

donde

$$\mathfrak{C}_{\min}(j) = \frac{1}{q} \sum_{l=1}^q \left[\frac{c_{j,l}}{\mathbb{B}_l} \right]. \quad (5.7)$$

En las Ecuaciones 5.6–5.7, $\mathfrak{C}_{\min}(j)$ es una medida proporcional a la cantidad de recursos consumidos por el j -ésimo proyecto cuando es apoyado en su versión mínima, mientras que $f_k^{\min}(j)$ es —en estas mismas circunstancias de financiamiento— la aportación del proyecto j a la k -ésima función objetivo y $c_{j,l}$ es el costo del proyecto j en la l -ésima categoría de recursos; p es la cantidad de funciones objetivo, q es el total de categorías de recursos y \mathbb{B}_l es el presupuesto en la l -ésima categoría de recursos.

El conocimiento local favorece la inclusión de proyectos ventajosos según la relación costo-beneficio. El conocimiento heurístico es totalmente estático y dependiente de los datos de entra-

da, por lo que basta calcularlo sólo una vez durante la etapa de inicialización; de esta manera, no representa sobrecarga alguna durante la ejecución del algoritmo.

5.6.2. Conocimiento global o aprendizaje

Éste considera la experiencia ganada por hormigas de generaciones anteriores, a la cual se tiene acceso gracias a la matriz de feromona. El conocimiento global a favor de incluir la i -ésima propuesta en la cartera x se denota por $\overline{\tau(x, i)}$, y se define como

$$\overline{\tau(x, i)} = \frac{\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(x_j) \cdot \tau_{i,j}}{\sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \varphi(x_j)}, \quad (5.8)$$

donde \mathbb{N} es el total de propuestas participantes, $\varphi(x_j)$ es la función binaria que indica si la j -ésima propuesta recibe financiamiento en la cartera x , y $\tau_{i,j}$ es la feromona entre los proyectos i y j . El numerador en la Ecuación 5.8 es la suma total de feromona entre i y cada proyecto en la cartera x , mientras que el denominador es la cardinalidad de x . El conocimiento global favorece el financiamiento de aquellos proyectos que han formado parte de las mejores carteras descubiertas en generaciones previas.

En el peor caso, la complejidad computacional asociada al cálculo del conocimiento global está dada por \mathbb{N} ; siendo, por tanto, una función de orden lineal.

5.6.3. Regla de selección

Ambos conocimientos se combinan linealmente en una sola función de evaluación, la cual mide qué tan “deseable” sería incluir el i -ésimo proyecto en la cartera x . Se denota a tal función como $\Omega(x, i)$ y se define como

$$\Omega(x, i) = w \cdot \eta_i(x) + (1 - w) \cdot \overline{\tau(x, i)}, \quad (5.9)$$

donde w es un parámetro de equilibrio entre el conocimiento local y el global. Cada hormiga en la colonia tiene un valor diferente para w , el cual está en el rango $[0, W]$ donde $W < 1$. Durante los resultados experimentales se observó un buen comportamiento en el algoritmo al establecer $W = 0.6$.

En la Ecuación 5.9, $\eta_i(x)$ está definida como

$$\eta_i(x) = \begin{cases} \eta_i^{\text{máx}} & \text{si } \mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) \geq c_l (f^{\text{máx}}(i)) \quad \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}, \\ \eta_i^{\text{mín}} & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (5.10)$$

donde \mathbb{B}_l es el presupuesto disponible en la l -ésima categoría, $\mathcal{C}_l(x)$ es la cantidad de recursos (en la l -ésima categoría) consumidos por la cartera x y $c_l (f^{\text{máx}}(i))$ es el costo (en la l -ésima

categoría) requerido para ejecutar el i -ésimo proyecto en su versión completa. De acuerdo a la Ecuación 5.10, $\eta_i(x)$ recibe el valor de $\eta_i^{\text{máx}}$ si hay suficientes recursos para financiar completamente al proyecto i ; pero si no los hubiera, recibirá entonces el valor de $\eta_i^{\text{mín}}$. Así, este factor de deseabilidad depende de la disponibilidad de los recursos para cada proyecto en lo individual.

La complejidad asociada al cómputo de la función $\Omega(x, i)$ está determinada por $\overline{\tau(x, i)}$, el cual —como se mencionó anteriormente— posee una complejidad lineal de \mathbb{N} . La función $\Omega(x, i)$ es determinante en la elección del siguiente proyecto a financiar.

Consideremos una cartera *parcialmente construida* como aquella que no ha agotado el presupuesto y dentro de la cual todavía pueden incorporarse proyectos (sin violar las restricciones presupuestarias). Para una cartera x parcialmente contruida sólo debe considerarse la incorporación de aquellos proyectos que no estén financiados en x y cuya inclusión conserve la factibilidad de la cartera. Este conjunto recibe el nombre de *lista de proyectos candidatos* y es representado como X^\ominus , que formalmente podría definirse como

$$X^\ominus = \begin{cases} X_{\text{máx}}^\ominus & \text{si } X_{\text{máx}}^\ominus \neq \emptyset, \\ X_{\text{mín}}^\ominus & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (5.11)$$

donde $X_{\text{máx}}^\ominus = \left\{ j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \mid \varphi(x_j) = 0 \wedge \left(\mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) \geq c_l(f^{\text{máx}}(i)) \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\} \right) \right\}$ es el conjunto de proyectos cuyos requerimientos presupuestarios pueden cubrirse en su totalidad, y $X_{\text{mín}}^\ominus = \left\{ j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \mid \varphi(x_j) = 0 \wedge \left(\mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) \geq c_{j,l} \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\} \right) \right\}$ tiene una interpretación similar, pero aplicada a las propuestas que podrían financiarse en su versión mínima.

Mediante la regla de selección se decide cuál es la $j \in X^\ominus$ que formará parte de la cartera x . Esta regla se expresa por medio de la ecuación

$$j = \begin{cases} \arg \max_{i \in X^\ominus} \{ \Omega(x, i) \} & \text{si } \wp \leq \alpha_1, \\ \mathcal{L}_{i \in X^\ominus} \{ \Omega(x, i) \} & \text{si } \alpha_1 < \wp \leq \alpha_2, \\ \ell_{i \in X^\ominus} & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (5.12)$$

donde j es el índice del proyecto por incorporarse a la cartera x , \wp es un número pseudoaleatorio entre cero y uno, α_1 y α_2 ($0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 1$) son parámetros que establecen la probabilidad de intensificación y diversificación, activando alguno de los siguientes estados:

- intensificación (ocurre cuando $\wp \leq \alpha_1$), en el cual la hormiga selecciona el proyecto más prometedor según la función Ω ;
- un estado intermedio entre intensificación y diversificación (se activa si $\alpha_1 < \wp \leq \alpha_2$), en el cual la hormiga selecciona el siguiente proyecto mediante la conocida técnica de la ruleta, representada como \mathcal{L} (la probabilidad de un proyecto para ser seleccionado es proporcional a su valor Ω asociado); o

- diversificación (si $\varphi > \alpha_2$), en el cual la hormiga selecciona aleatoriamente un proyecto de la lista de candidatos mediante la función ℓ (en este caso, la probabilidad de seleccionar los proyectos se encuentra uniformemente distribuida).

De acuerdo a la Ecuación 5.12, la operación más compleja es el cálculo de $\Omega(x, i)$, el cual —en el peor caso— debe realizarse para cada uno de los proyectos participantes. Así, la contribución más pesada al tiempo de cómputo (hecha por la regla de selección) está dentro del orden de \mathbb{N}^2 .

Una vez que la hormiga ha seleccionado el siguiente proyecto a financiar —lo cual efectúa dando un valor a j — lo que prosigue es determinar un nivel de apoyo en el arreglo x_j . Esta tarea se realiza por medio de la *regla de asignación*.

5.6.4. Regla de asignación

El valor $x_{j,k}$ representa la contribución a la k -ésima función objetivo que ha sido establecida para el proyecto j y, por lo tanto, establece indirectamente el nivel de financiamiento para este proyecto. Asignar adecuadamente cada $x_{j,k} \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ es una tarea en la cual influyen primordialmente tres factores:

- Los valores de x_j en las mejores carteras conocidas.** Así, podemos identificar como ${}_j\mathcal{F}_1 = \{y \in \mathcal{F}_1 \mid \varphi(y_j) = 1\}$ al conjunto de las mejores carteras que suministraron apoyo para la realización del j -ésimo proyecto.
- El grado de similitud entre la cartera x y cada solución contenida en ${}_j\mathcal{F}_1$.** Tomando en cuenta este factor, se ha utilizado una medida de similitud basada en la distancia de Manhattan, pero normalizada conforme a la escala de medición de cada objetivo. La distancia entre una cartera parcialmente construida x y una cartera completa y factible y se calcula mediante la ecuación

$$d(x, y) = \sum_{j=1}^{\mathbb{N}} \left[\varphi(x_j) \cdot \left(\sum_{k=1}^p \frac{|x_{j,k} - \varphi(y_j) \cdot y_{j,k}|}{f_k^{\max}(j)} \right) \right], \quad (5.13)$$

donde $f_k^{\max}(j)$ es el valor en la k -ésima función objetivo cuando el proyecto j está completamente apoyado, y $x_{j,k}$ y $y_{j,k}$ son los valores asignados —en el k -ésimo objetivo— al j -ésimo proyecto en las carteras x y y . Así, la mejor asignación conocida para que el proyecto j pueda incorporarse a la cartera x se determina como

$$\mathfrak{A}(x, j) = \begin{cases} y_j^* \mid y^* = \arg \min_{y \in {}_j\mathcal{F}_1} \{d(x, y)\} & \text{si } {}_j\mathcal{F}_1 \neq \emptyset, \\ \langle f_1^{\min}(j), f_2^{\min}(j), f_3^{\min}(j), \dots, f_p^{\min}(j) \rangle & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (5.14)$$

De acuerdo a la Ecuación 5.14, la función $\mathfrak{A}(x, j)$ sugiere asignar a j el mismo nivel de apoyo que aquél establecido en la cartera más similar a x de entre el conjunto ${}_j\mathcal{F}_1$. Si ninguna

de las mejores carteras financió la j -ésima propuesta, entonces recibirá el nivel mínimo de apoyo, el cual es representado por el arreglo $\langle f_1^{\min}(j), f_2^{\min}(j), f_3^{\min}(j), \dots, f_p^{\min}(j) \rangle$. En el peor de los casos, el cómputo de $\mathfrak{A}(x, j)$ tiene una complejidad de $p\mathbb{N}^2$, dado que $d(x, y)$ tiene claramente una complejidad del orden $p\mathbb{N}$ que se repite para cada solución en ${}_j\mathcal{F}_1$, cuya cardinalidad se estimó como \mathbb{N} (aunque en los experimentos descritos en la Sección 6 se observó que $|{}_j\mathcal{F}_1| \ll \mathbb{N}$).

- c) **La cardinalidad del conjunto X_{\max}^{\ominus} cuando se aplicó la regla de selección.** Al analizar las Ecuaciones 5.11–5.12 es importante resaltar que $X_{\max}^{\ominus} \neq \emptyset$ implica que j —el proyecto favorecido por la regla de selección— puede recibir cualquier nivel de apoyo sin violar los límites presupuestales; pero si $X_{\max}^{\ominus} = \emptyset$, la asignación para el j -ésimo proyecto podría infringir tales restricciones. El procedimiento `finalizar_presupuesto(x, j)` da un valor para cada uno de los p objetivos del j -ésimo proyecto, garantizando que el presupuesto remanente —si quedase— no pueda incrementar objetivo alguno en el vector x_j . El procedimiento `finalizar_presupuesto(x, j)` se encuentra representado en el Algoritmo 5.2.

El primer paso en el Algoritmo 5.2 es identificar la mejor cartera conocida que haya proporcionado fondos a la j -ésima propuesta. La asignación del proyecto j en esa cartera es considerada como un punto de referencia (Línea 1). En las Líneas 2–4, se intenta asignar al vector x_j el mismo nivel de financiamiento que aquél presente en la cartera de referencia. A continuación, en las Líneas 5–7, el presupuesto sobrante es asignado aleatoriamente entre los p objetivos del j -ésimo proyecto. En el Algoritmo 5.2, la operación más compleja es el cálculo de $\mathfrak{A}(x, j)$ (Línea 1); y por ende, la complejidad computacional asociada al procedimiento `finalizar_presupuesto(x, j)` está en $O(p\mathbb{N}^2)$.

Algoritmo 5.2: Asignación del último proyecto durante la construcción de carteras

Entrada: x (cartera parcialmente construida), j (siguiente proyecto a financiar)

Salida: Una asignación factible para el proyecto j dentro de la cartera x

Inicializar: $obj \leftarrow \{1, 2, 3, \dots, p\}$, $x_{j,k} \leftarrow f_k^{\min}(j) \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$

```

1  $x_j^{ref} \leftarrow \mathfrak{A}(x, j)$  // Ecuación 5.14
2 para cada  $k \in obj$  hacer // tomados aleatoriamente
3    $\Delta k \leftarrow \min_{l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}} \left\{ \max_{v \in \{x_{j,k}, x_{j,k+1}, \dots, x_{j,k}^{ref}\}} \left\{ v \mid \mathcal{W}_{j,k}^l(v) - \mathcal{W}_{j,k}^l(x_{j,k}) \leq \mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) \right\} \right\}$ 
4    $x_{j,k} \leftarrow \Delta k$ 
5 para cada  $k \in obj$  hacer // tomados aleatoriamente
6    $\Delta k \leftarrow \min_{l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}} \left\{ \max_{v \in \{x_{j,k}, x_{j,k+1}, \dots, f_k^{\max}(j)\}} \left\{ v \mid \mathcal{W}_{j,k}^l(v) - \mathcal{W}_{j,k}^l(x_{j,k}) \leq \mathbb{B}_l - \mathcal{C}_l(x) \right\} \right\}$ 
7    $x_{j,k} \leftarrow \Delta k$ 
8 devolver  $x_j$ 

```

Considerando los tres factores antes mencionados, la asignación para el vector x_j puede desempeñarse mediante la regla de asignación expresada como

$$x_j = \begin{cases} \mathfrak{A}(x, j) & \text{si } X_{\text{máx}}^{\ominus} \neq \emptyset \wedge \wp \leq \alpha_2, \\ \langle \mathcal{U}_{j,1}, \mathcal{U}_{j,2}, \mathcal{U}_{j,3}, \dots, \mathcal{U}_{j,p} \rangle & \text{si } X_{\text{máx}}^{\ominus} \neq \emptyset \wedge \wp > \alpha_2, \\ \text{finalizar_presupuesto}(x, j) & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (5.15)$$

donde las variables discretas $\mathcal{U}_{j,k} \sim U [f_k^{\text{mín}}(j), f_k^{\text{máx}}(j)] \quad \forall j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\}, k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$. En la Ecuación 5.15, \wp es un número pseudoaleatorio (entre cero y uno) y α_2 es el parámetro que fija la probabilidad de intensificación en el algoritmo (es el mismo que se emplea en la Ecuación 5.12). De acuerdo a la Ecuación 5.15, la regla de asignación tiene tres modalidades:

- intensificación, en la cual se asignan los valores sugeridos por la función $\mathfrak{A}(x, j)$;
- diversificación, en la cual se provee una asignación aleatoria factible para el proyecto j , representada por el vector de variables $\mathcal{U}_{j,k}$; y
- asignación del último proyecto, en la cual —debido a que quedan suficientes recursos para apoyar al j -ésimo proyecto con lo mínimo requerido, pero no los hay para financiarlo en su versión máxima— la regla sugiere la asignación dada por $\text{finalizar_presupuesto}(x, j)$, la cual consume los recursos restantes y guarda cierto grado de similitud con la cartera que proporciona $\mathfrak{A}(x, j)$.

Ahora analicemos la complejidad de la regla de asignación. Ésta debe ejecutarse —en el peor de los casos— \mathbb{N} veces. Según la Ecuación 5.15, las operaciones más pesadas son $\mathfrak{A}(x, j)$ y $\text{finalizar_presupuesto}(x, j)$. Si hemos considerado que éstos pertenecen a $O(p\mathbb{N}^2)$, entonces la regla de asignación está en $O(p\mathbb{N}^3)$.

5.7. Búsqueda local

La colonia fomenta la explotación a través de una búsqueda local voraz que opera sólo en las mejores soluciones conocidas. Un esquema algorítmico para la búsqueda local implementada en NO-ACO se presenta en el Algoritmo 5.3.

De acuerdo al Algoritmo 5.3, la búsqueda local explora las regiones cercanas a la RoI conocida. Esto se realiza gracias a un esquema simple que consiste en seleccionar v propuestas de manera aleatoria (Línea 1) y obtener toda la combinatoria para ellas considerando solamente cuatro niveles de apoyo. Los cuatro niveles de financiamiento corresponden a:

- no recibir financiamiento alguno (Línea 2);
- apoyar la propuesta asignando sólo los recursos mínimos necesarios (Línea 3);
- financiar la propuesta a un nivel intermedio de apoyo (Línea 4); y
- solventar todos los gastos del proyecto en su versión completa (Línea 5).

Algoritmo 5.3: Búsqueda local en NO-ACO

Entrada: \mathcal{F}_1 (las mejores soluciones al Problema 4.21), $NS(O)$ (frontera no superada estrictamente)
Salida: Una mejor aproximación de \mathcal{F}_1 y $NS(O)$
Inicializar: $v \leftarrow 4, O \leftarrow NS(O)$

- 1 $P \leftarrow \text{seleccionar_proyectos}(v, \mathbb{N})$
- 2 $\mathfrak{S}_k^0(j) \leftarrow 0 \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}, j \in P$
- 3 $\mathfrak{S}_k^1(j) \leftarrow f_k^{\min}(j) \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}, j \in P$
- 4 $\mathfrak{S}_k^2(j) \leftarrow \mathcal{U}_{j,k} \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}, j \in P$ donde $\mathcal{U}_{j,k} \sim U [f_k^{\min}(j), f_k^{\max}(j)]$
- 5 $\mathfrak{S}_k^3(j) \leftarrow f_k^{\max}(j) \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}, j \in P$
- 6 $C \leftarrow \text{generar_combinaciones}(v)$
- 7 **para cada** $c \in C$ **hacer**
- 8 **para cada** $y \in \mathcal{F}_1$ **hacer**
- 9 $y' \leftarrow y$
- 10 **para cada** $i \in \{1, 2, 3, \dots, v\}$ **hacer**
- 11 $j \leftarrow P_i$ // j es el índice del proyecto
- 12 $lv \leftarrow c_i$ // lv es el nivel de apoyo del proyecto j
- 13 $y'_{j,k} \leftarrow \mathfrak{S}_k^{lv}(j) \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$
- 14 reparar(y', P) // Algoritmo 5.4
- 15 **si** $y' \in R_F$ **entonces**
- 16 $O \leftarrow O \cup \{y'\}$
- 17 $NS(O) \leftarrow \{x \in O \mid S(O, x) = \emptyset\}$ // Ecuación 4.16
- 18 $\mathcal{F}_1 \leftarrow \arg \min_{x \in O} \{ \langle |S(O, x)|, |W(O, x)|, |F(O, x)| \rangle \}$ // Ecuación 4.21
- 19 **devolver** $\mathcal{F}_1, NS(O)$

Los niveles de apoyo intermedio se generan de una manera aleatoria para cada proyecto (Línea 4). Posteriormente se realiza una búsqueda para cada solución en \mathcal{F}_1 , explorando de manera exhaustiva el espacio de carteras asociado al modificar sólo los v proyectos. En la Línea 6, el procedimiento `generar_combinaciones(v)` devuelve todas las variaciones con reemplazo que pueden formarse con v proyectos, considerando cuatro posibles valores para cada uno. Bajo esta perspectiva, pensemos en el caso cuando $v = 4, P = \langle 2, 5, 10, 21 \rangle$ (P es el vector que almacena los índices de los proyectos escogidos) y $c = \langle 0, 3, 1, 2 \rangle$ (c es una permutación de los cuatro niveles de apoyo para los v proyectos), el cual se interpreta como sigue: el segundo proyecto no es financiado, el proyecto número cinco es apoyado totalmente, el décimo proyecto recibe el mínimo nivel de apoyo para su realización, mientras que un nivel intermedio de financiamiento se asigna al proyecto número 21. Entiéndase que el arreglo P y cada $c \in C$ deben interpretarse paralelamente de la manera ejemplificada.

En las Líneas 7–13 se fija en la cartera y cada combinación posible de financiamiento para los proyectos seleccionados, dando lugar a una variante de la cartera original, denotada en el algoritmo como y' . Tales variantes son sometidas a un proceso de reparación (Línea 14), cuyos objetivos básicos son:

- hacer factibles soluciones que no lo son; por lo tanto, si y' sobrepasa el monto presupuestado, se quitará el apoyo a ciertos proyectos de esta cartera, los cuales serán escogidos uno por uno hasta que y' se ajuste al presupuesto; y
- mejorar soluciones evidentemente subóptimas; por lo cual, si y' es una cartera parcialmente construida, el procedimiento $\text{reparar}(y')$ agrega —mediante la regla de selección— cuantos proyectos sean necesarios para corregir tal estatus de suboptimalidad.

Por último, se actualizan las mejores soluciones conocidas, tanto el mejor compromiso como la frontera no superada estrictamente (Líneas 17–18).

El parámetro v en la búsqueda local tiene —como es de esperar— un fuerte impacto en el desempeño, no sólo de la búsqueda local sino también del algoritmo completo. Valores pequeños para v aumentan la voracidad de esta búsqueda, mientras que valores grandes —aunque permiten salir de óptimos locales— provocan un tiempo de cómputo intolerable. En este aspecto, al usar $v = 4$ se obtuvo un comportamiento equilibrado en NO-ACO.

En el Algoritmo 5.3 se aprecia la relevancia del proceso de reparación de soluciones, el cual —hasta este punto— ha sido descrito a grandes rasgos. El Algoritmo 5.4 presenta una descripción más detallada de dicho proceso. En las Líneas 1–4, se eliminan proyectos de la cartera y' hasta que sea viable según el presupuesto. En las Líneas 5–9 se agregan proyectos a y' haciendo uso consecutivo de las reglas de selección y de asignación. Con la intención de respetar los niveles de financiamiento sugeridos durante la búsqueda local, a lo largo del Algoritmo 5.4 se observa recurrentemente el uso del término $\setminus P$ en aquellas operaciones que pudieran modificarlos (Líneas 2, 5, 9 y 12). Finalmente, el presupuesto sobrante se reparte aleatoriamente entre los proyectos de la cartera y' (Líneas 10–18). La complejidad del proceso de reparación de carteras radica principalmente en la asignación del presupuesto remanente, que de acuerdo al Algoritmo 5.4 tiene —en el peor caso— una complejidad en $O(\mathbb{N}p)$.

De acuerdo al Algoritmo 5.3, el enfoque de búsqueda local genera un número constante de soluciones (4^4) por cada cartera de entrada. Así, la complejidad computacional asociada con establecer y reparar cada una de las combinaciones es de $4^4 \cdot |\mathcal{F}_1| \cdot \mathbb{N}p$, pero si consideramos que $|\mathcal{F}_1| \ll \mathbb{N}$ (de acuerdo a los experimentos realizados) y descartamos factores constantes, la complejidad de esta tarea (Líneas 7–14) estaría en $O(\mathbb{N}^2p)$. Por otro lado, el esfuerzo computacional invertido en la identificación de las mejores soluciones (Líneas 17–18) también debería tomarse en cuenta; el cálculo de \mathcal{F}_1 y $NS(O)$ (el mejor compromiso y la frontera no superada estrictamente) puede realizarse dentro del orden de $\Xi^2 p$ (cf. Fernandez et al., 2013), donde Ξ es la cardinalidad del conjunto O . De este modo, la complejidad de la búsqueda local estaría en el orden de $\Xi^2 p + \mathbb{N}^2 p$.

Algoritmo 5.4: Proceso de reparación de carteras

Entrada: y' (cartera a reparar), P (proyectos seleccionados en la búsqueda local)

Salida: y' reparada

Inicializar: $obj \leftarrow \{1, 2, 3, \dots, p\}$

1 **mientras** $\exists l \in \{1, 2, 3, \dots, q\} : C_l(y') > \mathbb{B}_l$ **hacer**

2 $candidatos \leftarrow \{j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \setminus P \mid \varphi(y'_j) = 1\}$

3 seleccionar aleatoriamente alguna $j \in candidatos$

4 $y'_{j,k} \leftarrow 0 \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ // desactivar el financiamiento para j

5 $X^\ominus \leftarrow obtener_proy_candidatos(y') \setminus P$ // Ecuación 5.11

6 **mientras** $X^\ominus \neq \emptyset$ **hacer**

7 $j \leftarrow regla_selección(y', X^\ominus)$ // Ecuación 5.12

8 $y'_j \leftarrow regla_asignación(y', j)$ // Ecuación 5.15

9 $X^\ominus \leftarrow obtener_proy_candidatos(y') \setminus P$ // Ecuación 5.11

10 $\mathbb{B}_{agotado} \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbb{B}_l - C_l(y') = 0 \quad \forall l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

11 $\mathbb{B}_{insuficiente} \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{si } \exists l \in \{1, 2, 3, \dots, q\} : \mathbb{B}_l - C_l(y') < \min_{\substack{j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \\ k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}}} \left\{ \partial_k c_{j,l}(y'_{j,k}) \mid \varphi(y'_j) = 1 \right\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$

12 $proy \leftarrow \{j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\} \setminus P \mid \varphi(y'_j) = 1\}$

13 **para cada** $j \in proy$ **hacer** // tomados aleatoriamente

14 **si** $\mathbb{B}_{agotado} + \mathbb{B}_{insuficiente} = 0$ **entonces**

15 **para cada** $k \in obj$ **hacer** // tomados aleatoriamente

16 $\Delta k \leftarrow \min_{l \in \{1, 2, 3, \dots, q\}} \left\{ \max_{v \in \{y'_{j,k}, y'_{j,k} + 1, \dots, f_k^{\max}(j)\}} \left\{ v \mid \mathcal{W}_{j,k}^l(v) - \mathcal{W}_{j,k}^l(y'_{j,k}) \leq \mathbb{B}_l - C_l(y') \right\} \right\}$

17 $y'_{j,k} \leftarrow \Delta k$

18 recalcular $\mathbb{B}_{agotado}$ y $\mathbb{B}_{insuficiente}$

19 **devolver** y'

5.8. Descripción algorítmica de NO-ACO

En el Algoritmo 5.5 se presenta un esquema algorítmico que describe el proceso de optimización de NO-ACO. En la Línea 1 se crea la población inicial, tal como se explicó en la Sección 5.3, haciendo uso del método *Branch & Cut* (implementado en CPLEX[®] 12.5) para optimizar una función de suma ponderada. Posteriormente, se evalúa la calidad de las soluciones generadas, y entonces se realiza la primera actualización de la feromona (Líneas 2–6), mediante la cual se identifica la estructura subyacente en las mejores soluciones encontradas hasta este punto.

Acto seguido, se inicia el principal bloque de optimización (Líneas 7–33). En las Líneas 9–16 se ilustra el proceso de construcción de carteras. Cada hormiga comienza con una cartera vacía, a la cual se añaden proyectos —uno a uno— mediante la regla de selección. Inmediatamente

Algoritmo 5.5: Non-Outranked Ant Colony Optimization

Entrada: La información que describe los proyectos y el proceso de decisión (Capítulo 4)

Salida: Una aproximación del mejor compromiso (\mathcal{F}_1)

Inicializar: $iter \leftarrow 1, rep \leftarrow 0, NS_{global} \leftarrow \emptyset, best \leftarrow \emptyset$

```

1  $O \leftarrow \text{generar\_población\_inicial}()$  // Algoritmo 5.1
2 Evaporar feromona // Sección 5.4
3  $NS_{local} \leftarrow \{x \in O \mid S(O, x) = \emptyset\}$ 
4  $\mathcal{F}_1^{local} \leftarrow \arg \min_{x \in O} \left\{ \left\langle |S(O, x)|, |W(O, x)|, |F(O, x)| \right\rangle \right\}$  // Ecuación 4.21
5 para cada  $x \in NS_{local}$  hacer
6    $\lfloor$  depositar_feromona( $x$ ) // Ecuación 5.4
7 mientras  $iter < iter_{\text{máx}} \wedge rep < rep_{\text{máx}}$  hacer
8    $O \leftarrow \emptyset$ 
9   para cada hormiga en la colonia hacer
10      $x \leftarrow \text{crear\_cartera\_vacía}()$ 
11      $X^\ominus \leftarrow \text{obtener\_proy\_candidatos}(x)$  // Ecuación 5.11
12     mientras  $X^\ominus \neq \emptyset$  hacer
13        $j \leftarrow \text{regla\_selección}(x, X^\ominus)$  // Ecuación 5.12
14        $x_j \leftarrow \text{regla\_asignación}(x, j)$  // Ecuación 5.15
15        $X^\ominus \leftarrow \text{obtener\_proy\_candidatos}(x)$  // Ecuación 5.11
16      $O \leftarrow O \cup \{x\}$ 
17   Evaporar feromona // Sección 5.4
18    $O \leftarrow O \cup NS_{local}$ 
19    $NS_{local} \leftarrow \{x \in O \mid S(O, x) = \emptyset\}$ 
20    $\mathcal{F}_1^{local} \leftarrow \arg \min_{x \in O} \left\{ \left\langle |S(O, x)|, |W(O, x)|, |F(O, x)| \right\rangle \right\}$  // Ecuación 4.21
21   local_search( $NS_{local}, \mathcal{F}_1^{local}$ ) // Algoritmo 5.3
22   para cada  $x \in NS_{local}$  hacer
23      $\lfloor$  depositar_feromona( $x$ ) // Ecuación 5.4
24    $O_{global} \leftarrow NS_{global} \cup NS_{local}$ 
25    $NS_{global} \leftarrow \{x \in O_{global} \mid S(O_{global}, x) = \emptyset\}$ 
26    $\mathcal{F}_1^{global} \leftarrow \arg \min_{x \in O_{global}} \left\{ \left\langle |S(O_{global}, x)|, |W(O_{global}, x)|, |F(O_{global}, x)| \right\rangle \right\}$  // Ecuación 4.21
27   local_search( $NS_{global}, \mathcal{F}_1^{global}$ ) // Algoritmo 5.3
28   si  $\mathcal{F}_1^{global} = best$  entonces
29      $rep \leftarrow rep + 1$ 
30   en otro caso
31      $rep \leftarrow 0$ 
32   remove&refill( $NS_{local}, NS_{global}, \gamma$ )
33   actualizar:  $iter \leftarrow iter + 1, best \leftarrow \mathcal{F}_1^{global}$ 
34 devolver  $best$ 

```

después, las hormigas establecen —mediante la regla de asignación— un nivel de apoyo para cada propuesta favorecida. De esta forma —mediante aplicaciones sucesivas de las reglas de selección y asignación— cada hormiga crea una cartera completa, a la cual no se le puede añadir proyecto alguno. Todas las soluciones factibles se integran en el conjunto O . El siguiente paso es la evaporación de la feromona (Línea 17).

Mediante la Ecuación 4.21 se evalúa la calidad de cada solución perteneciente al conjunto O y, por este medio, se recalculan el mejor compromiso y la frontera no superada estrictamente. Las soluciones con el mejor compromiso se refinan por medio de la búsqueda local (Línea 21). El siguiente paso es el depósito de la feromona (Líneas 22–23).

El conjunto NS_{local} (actualizado en las Líneas 18–21) contiene las mejores carteras según la generación actual de la colonia. Las hormigas depositan feromona en función de las soluciones en NS_{local} , y —por lo tanto— son las que ejercen la presión selectiva hacia la RoI. Por otro lado, la variable NS_{global} (empleada en las Líneas 24–26) almacena las mejores soluciones generadas a lo largo de todo el proceso de optimización. El mejor compromiso en NS_{global} es el “óptimo” conocido por las hormigas.

En las Líneas 24–26, se recalcula la frontera no superada estrictamente así como la mejor solución compromiso en NS_{global} . Las mejores carteras están constantemente sometidas al proceso de mejora de la búsqueda local (Línea 27). El siguiente paso consiste en verificar si la colonia generó alguna nueva cartera que ofrezca un mejor compromiso para el DM (Líneas 28–31).

El paso siguiente es la ejecución del procedimiento `remove&refill`, el cual cuenta —para cada solución— el número de iteraciones subsecuentes que ha permanecido estrictamente no superada. Soluciones con más de γ iteraciones son eliminadas del conjunto NS_{local} y sustituidas por las mejores carteras pertenecientes a NS_{global} (Línea 32). El único requisito que deben cumplir estas nuevas soluciones es no haber pertenecido a NS_{local} . Por tanto, tal reemplazo podrá realizarse mientras la búsqueda local que opera sobre NS_{global} (Línea 27) esté generando nuevas carteras eficientes. De esta forma, la colonia se enriquece con nuevas soluciones cuando empieza a exhibir algunas características de estancamiento. Las soluciones reemplazadas pueden seguir dentro del conjunto de las mejores carteras conocidas, pero ya no ejercerán presión selectiva sobre el proceso de optimización que desempeñan las hormigas. De ese modo, se induce a la colonia para buscar en regiones menos exploradas en el espacio de búsqueda.

La colonia detiene el proceso de optimización si se ha mantenido la misma solución como el mejor compromiso durante $rep_{m\acute{a}x}$ generaciones, o si ha alcanzado el número máximo de iteraciones $iter_{m\acute{a}x}$ (Línea 7).

De acuerdo al Algoritmo 5.5, la complejidad computacional de NO-ACO se encuentra determinada por:

- la fase de construcción de carteras, cuya complejidad está dictada por las reglas de selección y asignación (ver Secciones 5.6.3–5.6.4); dichas reglas —en forma conjunta— realizan una contribución al tiempo de ejecución en el orden de $n (\mathbb{N}^2 + p\mathbb{N}^3)$, donde n es el

- número de hormigas, p es el total de funciones objetivo y \mathbb{N} es el número de propuestas participantes;
- la identificación del mejor compromiso de entre un conjunto de alternativas, cuya complejidad computacional pertenece al orden de $p\Xi^2$ (cf. Cruz et al., 2014; Fernandez et al., 2013), donde Ξ es la cardinalidad del conjunto evaluado; y
 - la búsqueda local, cuya complejidad se estimó en el orden de $p(\Xi^2 + \mathbb{N}^2)$ (ver Sección 5.7).

Integrando estos tres elementos y tomando en cuenta el número de iteraciones, la complejidad del peor caso está dada por la expresión $iter_{\max} [n(\mathbb{N}^2 + p\mathbb{N}^3) + 2p(\Xi^2 + \mathbb{N}^2)]$. Si consideramos p y \mathbb{N} como la entrada del problema, descartamos factores constantes y establecemos $\Xi^2 = \mathbb{N}^3$ (aunque en los experimentos se observó que $\Xi^2 \ll \mathbb{N}^3$), NO-ACO pertenece a $O(p\mathbb{N}^3)$.

5.9. Ajuste de los parámetros de NO-ACO

Es bien conocido que el desempeño de los metaheurísticos se ve afectado fuertemente por la configuración de sus parámetros. Por esta razón, cuando se presenta un enfoque de esta naturaleza es importante sugerir una combinación de parámetros que induzca un comportamiento eficiente en el algoritmo. Éste por sí solo es un problema ampliamente estudiado en el campo de la optimización metaheurística. De entre varias propuestas destacadas (e.g. Adenso-Díaz & Laguna, 2006; Dréo, 2009) se ha decidido aplicar un enfoque basado en *F Race* (Birattari et al., 2010).

NO-ACO cuenta con un total de ocho parámetros, los cuales se describen en la Tabla 5.1, cuya última columna muestra los conjuntos de valores considerados para cada parámetro. Las configuraciones tomadas en cuenta durante el proceso de ajuste son sólo aquellas que pueden formarse al combinar tales valores.

Al analizar la información contenida en la Tabla 5.1, puede notarse la relevancia de los parámetros α_1 y α_2 , ya que éstos establecen el balance entre intensificación y diversificación. Al respecto, se advirtió que valores relativamente altos (ceranos a uno) inducen un buen desempeño en NO-ACO; por esta razón se probaron los valores listados en la Tabla 5.1.

Respecto al parámetro W , éste fija un equilibrio entre el conocimiento local y el global. Se optó por probar algunos valores centrales dentro del rango de este parámetro. Por otro lado, se aprecia que la tasa de evaporación debería recibir valores pequeños; por lo tanto, se experimentó dentro del rango $[0.05, 0.20]$.

En lo que se refiere a la cantidad de hormigas, es evidente que entre mayor sea, más oportunidades tiene la colonia para encontrar soluciones eficientes. Sin embargo, varios trabajos científicos —que plantean el uso de algoritmos poblacionales— sugieren utilizar 100 individuos

Tabla 5.1: Descripción de los parámetros de NO-ACO

Parámetro	Descripción	Rango de valores	Valores probados
α_1	Probabilidad de explotación en las reglas de selección y asignación (Ecuaciones 5.12 y 5.15)	$[0, 1]$	$\{0.65, 0.75, 0.85, 0.95\}$
α_2	Parámetro de la regla de selección, utilizado para fijar la probabilidad de uso de la técnica de la ruleta (Ecuación 5.12)	$[\alpha_1, 1]$	$\{0.80, 0.85, 0.90, 0.95\}$
W	En el cálculo de Ω , máximo valor de importancia que las hormigas pueden atribuirle al conocimiento local (Ecuación 5.9)	$[0, 1]$	$\{0.40, 0.50, 0.60, 0.70\}$
ρ	Tasa de evaporación (Ecuación 5.3)	$[0, 1]$	$\{0.05, 0.10, 0.15, 0.20\}$
n	Tamaño de la colonia	$(0, \infty)$	$\{100\}$
$iter_{m\acute{a}x}$	Número máximo de iteraciones consumidas por el algoritmo en caso de no converger	$(0, \infty)$	$\{100000\}$
$rep_{m\acute{a}x}$	Cantidad de iteraciones para cumplir el criterio de convergencia	$[1, iter_{m\acute{a}x}]$	$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70\}$
γ	Número de iteraciones transcurridas para que una solución deje de ejercer presión selectiva	$[1, rep_{m\acute{a}x}]$	$\{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$

en sus experimentos (e.g. Bastiani et al., 2014; Fernandez et al., 2011, 2013; Gomez et al., 2013; Iredi et al., 2001). Así, por cuestiones de afinidad, se fijó este parámetro en 100.

Es importante destacar que el algoritmo propuesto tiene un criterio de paro por convergencia, a diferencia de la mayoría de los trabajos de esta área (e.g. Chen & Chyu, 2010; Doerner et al., 2004, 2006; Gutjhar et al., 2010; Medaglia et al., 2007), en donde típicamente el proceso de optimización termina después de un tiempo predeterminado, generalmente medido en iteraciones. Al respecto, se decidió fijar un valor alto al parámetro $iter_{m\acute{a}x}$; ya que el interés está puesto en detectar un criterio de terminación robusto, que sea confiable para alcanzar un buen nivel de convergencia hacia el óptimo real. En este sentido, se consideró más importante ajustar los parámetros $rep_{m\acute{a}x}$ y γ , por ser usados como un medio para detectar condiciones de convergencia y estancamiento (su información está descrita en la Tabla 5.1).

El método empleado para ajustar los parámetros consiste básicamente en aplicaciones sucesivas de una prueba estadística, específicamente la prueba de Friedman (Mendenhall & Sincich, 1997), diseñada para detectar diferencias en muestras sometidas a distintos tratamientos. Así, el procedimiento para ajustar los parámetros consiste básicamente en:

- 1) ejecutar el algoritmo (que se desea ajustar) con todas las combinaciones de los parámetros, sobre una muestra pequeña de instancias, tomadas aleatoriamente;
- 2) descartar aquellas configuraciones para las cuales la prueba estadística arrojó que eran significativamente inferiores; y
- 3) con las configuraciones restantes, incrementar el tamaño de la muestra de instancias y volver al paso 1.

A medida que la muestra aumenta su tamaño, la prueba de Friedman gana capacidad discriminativa. *F Race* se ejecuta reiteradamente hasta que una sola configuración sea la campeona, o se cumpla un número máximo de iteraciones. La ventaja que ofrece el enfoque *F Race* es que permite al investigador despreocuparse acerca de cuántas instancias y cuántas ejecuciones necesita para encontrar una configuración que sea significativamente superior que las demás. Para ajustar NO-ACO se utilizó *F Race* con las siguientes características: 50 iteraciones, 0.10 de nivel significancia e incrementos de 10 instancias entre cada iteración.

A partir de todas las ejecuciones realizadas sobre una misma instancia, puede aproximarse la RoI verdadera a ese problema. Tal aproximación es denotada como A-RoI (*Approximated RoI*). Ya que *F Race* no está contemplado para algoritmos multiobjetivo, se tomó la proporción de soluciones generadas en la A-RoI como el criterio para distinguir si una configuración es mejor que otra. Además, se tomaron todos los casos de estudio descritos en el Capítulo 6, de tal manera se ajustaron los parámetros considerando instancias pequeñas (30 proyectos y 4 objetivos), medianas (100 proyectos y 9 objetivos) y grandes (500 proyectos y 16 objetivos).

En una primera fase se ajustaron α_1 , α_2 , W y ρ . En esta etapa se utilizó el criterio más estricto de convergencia fijando $rep_{m\acute{a}x} = 70$. Asimismo, se estableció $\gamma = 20$ (el valor central). De una combinatoria total de 256 configuraciones, los valores $\alpha_1 = 0.75$, $\alpha_2 = 0.90$, $\rho = 0.10$ y $W = 0.6$ resultaron ser la mejor configuración después de aplicar *F Race*.

En una segunda fase se ajustaron los parámetros $rep_{m\acute{a}x}$ y γ . Se intuye que entre mayor sea el tamaño de la instancia, se necesita un nivel más estricto de convergencia. Así, se ajustaron estos parámetros para cada tamaño de instancia. Las mejores configuraciones fueron:

- 1) para instancias pequeñas, $rep_{m\acute{a}x} = 10$ y $\gamma = 5$;
- 2) para instancias medianas, $rep_{m\acute{a}x} = 30$ y $\gamma = 10$; y
- 3) para instancias grandes, $rep_{m\acute{a}x} = 50$ y $\gamma = 25$.

Valores más altos para $rep_{m\acute{a}x}$ no significaron mayor efectividad, pero sí un incremento en el tiempo de cómputo. La propuesta de esta tesis consiste entonces en usar NO-ACO con $\alpha_1 = 0.75$, $\alpha_2 = 0.90$, $\rho = 0.10$ y $W = 0.6$ independientemente del tamaño de la instancia. Los valores para $rep_{m\acute{a}x}$ y γ dependerán del tamaño de la entrada, sin embargo, a partir de los valores sugeridos puede inferirse una asignación adecuada para estos parámetros. Las configuraciones sugeridas en esta sección han sido empleadas en los experimentos descritos a lo largo del Capítulo 6.

CAPÍTULO 6

Validación experimental

ESTE capítulo contiene una serie de experimentos encauzados a verificar la validez de NO-ACO. Así, se han diseñado algunos escenarios de optimización de cartera, cada uno con características posibles en problemas reales. En las siguientes secciones se exponen estos escenarios y, asimismo, se plantea su resolución a través de NO-ACO.

NO-ACO fue programado en lenguaje Java, usando el compilador JDK 1.6 y el entorno de desarrollo NetBeans 7.4. El algoritmo se ejecutó en una computadora de capacidad promedio (una MacPro con un procesador Intel Quad Core de 2.8 GHz y 3GB de memoria RAM). Estas condiciones experimentales corresponden a todos los casos de estudio abordados a lo largo de este capítulo.

6.1. Estudio sobre la efectividad de NO-ACO

Partiendo de la premisa que el DM no está interesado en conocer todos los puntos eficientes de la frontera de Pareto, sino que a él sólo le interesa una región de ésta (la RoI), NO-ACO no intenta aproximar todo el conjunto eficiente; sino que —en su lugar— aproxima el mejor compromiso, de la manera definida en la Sección 4.3.

El mejor compromiso es una solución (o un conjunto relativamente pequeño de soluciones) contenida en la frontera no superada estrictamente. Ésta a su vez es —por definición— un subconjunto de la frontera no dominada. Por consiguiente, si se desea afirmar que “NO-ACO provee soluciones de alta calidad”, es indispensable demostrar que las soluciones generadas son de alta precisión respecto a la verdadera frontera de Pareto.

Esta sección ha sido concebida bajo la idea de evidenciar la eficacia de la propuesta doctoral. Se diseñó —con este fin— el caso de estudio descrito a continuación.

6.1.1. Descripción del caso de estudio

Consideremos a un DM trabajando para una organización pública que está dedicada a la asistencia social. El DM está confrontando un problema de selección de proyectos con \$62'500,000 a repartir y 25 proyectos que pretenden beneficiar de las clases sociales más precarias. La calidad de las propuestas se mide mediante una estimación del número de personas beneficiadas al realizar el proyecto. En total se consideran cuatro criterios, cada uno de ellos está relacionado a una clase social (pobreza extrema y clase baja) y un nivel de impacto (alto y bajo).

De acuerdo a su naturaleza, las propuestas se clasifican en tres áreas (educación, salud y alimentación); y, de acuerdo al lugar beneficiado, en dos regiones (norte y sur). Además, el DM requiere cierto nivel de balance respecto a los proyectos apoyados, así él considera indispensable el cumplimiento de las siguientes restricciones:

- a) el recurso asignado a cada área debe oscilar dentro del 20 % – 60 % del presupuesto; y
- b) cada región debe recibir al menos el 30 % del total presupuestado, y a lo sumo el 70 %.

También se han detectado tres coaliciones sinérgicas sobre los beneficios y dos situaciones de proyectos mutuamente excluyentes. En este caso, el DM no está interesado en el financiamiento parcial; por lo tanto, si se decide por apoyar a algún proyecto, deberá suministrar todo el recurso solicitado.

Finalmente, los valores de los parámetros del modelo preferencial (λ , ϵ y β) y los valores de los parámetros para la evaluación de σ (el vector de pesos y los umbrales de veto, preveto e indiferencia; si se desea mayor información sobre tales parámetros puede consultarse el Apéndice A) fueron ajustados para estar libres de inconsistencias (Fernandez et al., 2011) y representan un escenario posible de decisión de cartera.

6.1.2. Resultados experimentales

El caso de estudio contemplado en esta sección es un clásico problema estacionario de optimización de cartera 0–1. Igualmente, éste podría plantearse como un caso especial del problema de cartera con apoyo parcial, en el mismo sentido como fue descrito en la Sección 4, si $f_k^{\min}(j) = f_k^{\max}(j) \forall j \in \{1, 2, 3, \dots, N\}, k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$. Bajo estas circunstancias, NO-ACO puede ser empleado en la búsqueda del mejor compromiso.

Se han generado diez instancias artificiales siguiendo las características del caso de estudio. Para cada una se ha calculado:

- a) la frontera de Pareto (solución al Problema 4.15) mediante una búsqueda enumerativa de las carteras no dominadas; y
- b) el mejor compromiso (solución al Problema 4.21) por medio de NO-ACO.

La búsqueda exhaustiva requirió —en promedio— una hora y cinco minutos para listar todas las carteras no dominadas al problema. NO-ACO requirió 32 segundos en promedio. Esta

Tabla 6.1: Análisis de eficiencia para instancias con 25 proyectos y cuatro objetivos

<i>Instancia</i>	<i>Soluciones obtenidas por:</i>	<i>Tamaño del conjunto solución</i>	<i>Soluciones no dominadas al Problema 4.15</i>	<i>Soluciones estrictamente no superadas</i>	<i>Soluciones no dominadas al Problema 4.21</i>
1	Búsqueda exhaustiva	187	187	6	1
	NO-ACO	8	8	5	1
2	Búsqueda exhaustiva	230	230	8	1
	NO-ACO	8	8	8	1
3	Búsqueda exhaustiva	164	164	2	1
	NO-ACO	2	2	2	1
4	Búsqueda exhaustiva	202	202	7	1
	NO-ACO	7	7	7	1
5	Búsqueda exhaustiva	62	62	5	1
	NO-ACO	5	5	4	1
6	Búsqueda exhaustiva	208	208	5	1
	NO-ACO	5	5	4	1
7	Búsqueda exhaustiva	66	66	1	1
	NO-ACO	1	1	1	1
8	Búsqueda exhaustiva	104	104	3	1
	NO-ACO	3	3	3	1
9	Búsqueda exhaustiva	244	244	7	1
	NO-ACO	5	5	5	1
10	Búsqueda exhaustiva	159	159	2	1
	NO-ACO	2	2	2	1

Tabla 6.2: Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias pequeñas

<i>Instancia</i>	<i>Cantidad de soluciones que pertenecen a la frontera no superada estrictamente:</i>					<i>No. de ejecuciones en que se encontró el mejor compromiso</i>
	<i>a) en la verdadera frontera no dominada</i>	<i>b) resultados obtenidos al optimizar con NO-ACO</i>				
		<i>·Valor medio</i>	<i>·Mejor valor</i>	<i>·Peor valor</i>	<i>·Desv. Std.</i>	
1	6	5.40	6	4	0.660	30
2	8	6.93	8	5	0.907	30
3	2	2.00	2	2	0.000	30
4	7	6.17	7	4	0.909	30
5	5	4.40	5	3	0.628	30
6	5	4.57	5	3	0.568	30
7	1	1.00	1	1	0.000	30
8	3	2.77	3	2	0.379	30
9	7	6.10	7	4	0.711	30
10	2	2.00	2	2	0.000	30

información es meramente descriptiva, dado que el tiempo de cómputo no es un factor a comparar en este experimento. En la Tabla 6.1 se presenta información sobre los resultados obtenidos por una ejecución de NO-ACO sobre cada instancia. Además, se contrastan estos resultados contra el verdadero conjunto no dominado.

De acuerdo a los resultados del procedimiento exacto, estas instancias contienen una única solución en la RoI (ver Columna 6). Como se aprecia en la Tabla 6.1, las soluciones generadas por NO-ACO pertenecieron, en cada caso, a la frontera de Pareto (ver Columnas 3 y 4). Por otra parte, la frontera no superada estrictamente (ver Columna 5) es identificada en su totalidad en seis de las diez instancias, mientras que en las cuatro restantes se generó, en promedio, el 79 % de las carteras contenidas en esta región. Lo que se desea resaltar es la efectividad de NO-ACO para identificar el mejor compromiso (ver Columna 6). Ésta es la mejor cartera de acuerdo al modelo de sobreclasificación, la cual fue siempre la solución sugerida por el algoritmo propuesto.

Con la intención de analizar el comportamiento estocástico de NO-ACO sobre este conjunto de prueba, se ejecutó el algoritmo 30 veces sobre las 10 instancias. Los resultados obtenidos

están sintetizados en la Tabla 6.2. Aquí, se muestra información acerca de la variabilidad en las soluciones de NO-ACO. Puede apreciarse que la naturaleza aleatoria de la metaheurística afectó en la generación de la frontera estrictamente no superada; sin embargo, NO-ACO fue robusto en la identificación del mejor compromiso, la cual es —en sí— la solución al problema de optimización planteado en la Sección 4.

A manera de conclusión, podemos decir que —en instancias pequeñas (25 proyectos y cuatro objetivos)— NO-ACO es efectivo en proveer soluciones de alta calidad. De acuerdo a la evidencia experimental, el DM no necesita ejecutar en más de una ocasión el algoritmo, ya que NO-ACO mostró poca sensibilidad a la aleatoriedad. En este sentido, es confiable la solución generada en una sola ejecución de este método.

6.1.3. Eficiencia respecto a otros enfoques multiobjetivo

En la subsección anterior se comprobó la eficacia de NO-ACO en instancias que han sido catalogadas como “pequeñas”. Ahora se desea verificar si NO-ACO mantiene un comportamiento aceptable al abordar instancias con una entrada mayor. Con esta idea en mente, escalemos el problema de la Sección 6.1.1 considerando las siguientes dimensiones:

- 100 proyectos participantes;
- nueve criterios a optimizar, resultantes al considerar tres niveles de impacto (alto, medio y bajo) sobre tres clases sociales (pobreza extrema, clase baja y clase media-baja);
- 14 relaciones de sinergia sobre los valores objetivo;
- seis situaciones de proyectos redundantes; y
- un presupuesto a repartir de \$250'000,000.

Lamentablemente, a pesar del creciente arsenal en métodos de optimización, no es posible determinar la frontera de Pareto para problemas con estas dimensiones. Sin embargo, ante tal problemática, podría alcanzarse una aproximación aceptable del conjunto eficiente empleando métodos reportados en la literatura científica. Con esta finalidad se ha decidido emplear SS-PPS (Carazo et al., 2011, 2010). Éste es un método del estado del arte aplicado en la generación de la frontera no dominada.

Se generaron diez instancias de prueba con estas características (las cuales, en esta tesis, se han clasificado como tamaño “mediano”). Para cada una se aproximó:

- a) la frontera no dominada por medio de SS-PPS (soluciones eficientes al Problema 4.15); y
- b) la RoI mediante NO-ACO (soluciones eficientes al Problema 4.21).

El tiempo requerido por NO-ACO (en promedio, dos horas por instancia) para aproximar el mejor compromiso fue considerablemente menor que aquél consumido por SS-PPS (más de diez horas por instancia) para aproximar la frontera de Pareto. Al respecto, hubo una reducción del 80% en el tiempo de cómputo. Aunque este resultado favorece a la propuesta de esta tesis, es importante enfatizar que el tiempo de procesamiento, en esta clase de problemas, podría

Tabla 6.3: Análisis de eficiencia para instancias con 100 proyectos y nueve objetivos

<i>Instancia</i>	<i>Soluciones obtenidas por:</i>	<i>Tamaño del conjunto solución</i>	<i>Soluciones no dominadas al Problema 4.15 en $O_1 \cup O_2$</i>	<i>Soluciones en $NS(O_1 \cup O_2)$</i>	<i>Soluciones no dominadas al Problema 4.21 en $O_1 \cup O_2$</i>
1	SS-PPS	4996	4819	10	0
	NO-ACO	19	19	19	1
2	SS-PPS	4997	4878	12	0
	NO-ACO	15	15	15	1
3	SS-PPS	4995	4866	15	0
	NO-ACO	22	22	22	1
4	SS-PPS	4997	4846	23	1
	NO-ACO	40	40	39	2
5	SS-PPS	4972	4745	21	0
	NO-ACO	31	31	31	2
6	SS-PPS	4996	4802	11	0
	NO-ACO	25	25	25	1
7	SS-PPS	4973	4865	16	0
	NO-ACO	21	21	21	1
8	SS-PPS	4995	4865	16	0
	NO-ACO	37	37	37	3
9	SS-PPS	4947	4701	12	0
	NO-ACO	29	29	29	1
10	SS-PPS	4996	4762	30	0
	NO-ACO	36	36	36	2

Nota: O_1 y O_2 son los conjuntos generados por SS-PPS y NO-ACO respectivamente

no ser relevante en la opinión del decisor. Esto se debe a que —en decisiones estratégicas— el DM estaría dispuesto a esperar si esto garantiza encontrar una alternativa que ofrezca un mejor escenario para la organización. Por el contrario, la capacidad de aproximarse a la frontera de Pareto y el grado de facilidad para arribar a una prescripción final son criterios más significativos al describir la calidad de los enfoques de optimización multicriterio. En estos términos, la Tabla 6.3 muestra un resumen de los datos experimentales que avalan la utilidad y efectividad de la propuesta de esta tesis.

Aunque SS-PPS es un algoritmo eficiente, éste dirige acciones de intensificación sobre un conjunto de soluciones relativamente grande (compuesto de algunas miles); mientras que NO-ACO concentra el esfuerzo computacional en una región delimitada por las preferencias del DM, la cual tiene un tamaño considerablemente menor (algunas decenas). Al juzgar la información contenida en la Columna 3 (Tabla 6.3), dicha observación puede inferirse claramente. Además, las soluciones de NO-ACO dominaron entre 119 y 246 carteras sugeridas por SS-PPS (ver Columna 4). De esta manera, se puede afirmar que el método propuesto en esta tesis se aproxima a la RoI con un margen de error completamente aceptable según la literatura especializada.

Después de analizar la información contenida en las Columnas 5 y 6 (Tabla 6.3), es válido inferir que NO-ACO:

- logra una mejor caracterización de la frontera no superada estrictamente; e
- identifica la mejor solución compromiso de entre las, aproximadamente, 5000 alternativas Pareto-eficientes generadas para cada instancia.

Si el modelo de sobreclasificación es consistente y efectivamente representa las preferencias del DM, el decisor reconocerá a la cartera de NO-ACO como aquella que ofrece el mejor

Tabla 6.4: Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias medianas

Instancia	Cantidad de soluciones que pertenecen a la región de interés: a) en la A-RoI	b) en las ejecuciones de NO-ACO				No. de ejecuciones en las que se encontró al menos una solución en la RoI
		·Valor medio	·Mejor valor	·Peor valor	·Desv. Std.	
1	1	1.00	1	1	0.000	30
2	2	1.83	2	1	0.355	30
3	1	0.95	1	0	0.169	29
4	2	1.68	2	1	0.471	30
5	3	2.68	3	2	0.382	30
6	1	0.92	1	0	0.169	28
7	1	0.92	1	0	0.169	28
8	4	3.14	4	1	0.741	30
9	1	1.00	1	1	0.000	30
10	2	1.73	2	1	0.443	30

compromiso a sus intereses. Esta última observación permite concluir que NO-ACO es operacional y útil desde la perspectiva del DM, ya que mitiga considerablemente las problemáticas que emergen cuando llega el momento de emitir el fallo final.

Para analizar la robustez del metaheurístico propuesto, se han desempeñado 30 ejecuciones de NO-ACO sobre cada instancia. Para cada caso de prueba se calculó un conjunto denominado *Approximated RoI* (A-RoI), el cual es la unión de las mejores soluciones obtenidas en cada ejecución de NO-ACO. Todas las carteras de la A-RoI son soluciones no dominadas al Problema 4.21 que ofrecen un compromiso satisfactorio para el DM de acuerdo al modelo preferencial. En la Tabla 6.4 se sintetiza la información referente a la variabilidad de las soluciones de NO-ACO.

Los resultados experimentales permiten argumentar que NO-ACO:

- es un algoritmo ligeramente sensible al elemento estocástico, característica importante dada la naturaleza de los metaheurísticos; incluso en algunos casos se observó que los resultados de NO-ACO fueron consistentes en las 30 ejecuciones (en las instancias etiquetadas como 1 y 9); y
- es un método confiable en la generación de soluciones satisfactorias para el DM; en siete instancias (aquellas etiquetadas como 1, 2, 4, 5 y 8–10) pudo proveer al menos un compromiso satisfactorio por ejecución (en las tres restantes, la tasa más baja de éxito fue de 28/30).

6.2. Optimización de cartera con decisiones de apoyo parcial

Esta sección tiene por objeto exponer las ventajas obtenidas al modelar el apoyo parcial mediante el modelo de optimización presentado en la Capítulo 4. A partir de la literatura científica analizada en el Capítulo 3, se detectó que —en optimización de carteras multicriteriales— esta característica ha sido contemplada mediante la inclusión de proyectos artificiales redundantes. De hecho, esta estrategia es bastante flexible, ya que permite tratar con fenómenos de financiamiento parcial sin necesidad de conocer —cuando existe— la relación causal entre el nivel de satisfacción de recursos y la cantidad de beneficios generados.

No obstante, hay casos de optimización de cartera en los cuales el consumo de recursos está en función de la contribución de los proyectos a los objetivos. Para estos problemas, optimizar el modelo propuesto en el Capítulo 4 debería proveer algunas ventajas sobre la técnica general basada en proyectos ficticios. A continuación se plantea un caso de cartera con decisiones de apoyo parcial. Éste es abordado mediante ambos enfoques, resultando en dos modelos de optimización que fueron resueltos mediante NO-ACO.

6.2.1. Descripción del caso de estudio

Consideremos a una dependencia gubernamental responsable de administrar el erario público destinado al desarrollo científico y tecnológico. Esta organización encara un problema de optimización de cartera; tiene un presupuesto de \$250 millones para financiar proyectos que aporten a su causa. Por políticas superiores, \$100 millones del presupuesto están apartados exclusivamente para la formación de científicos e investigadores. Tal capital no se asigna de manera directa a los proponentes de los proyectos, sino que es suministrado en la forma de becas de manutención, y por ningún motivo debe emplearse con otros fines. Así, aunque los recursos a asignar tienen una naturaleza económica, pueden ser vistos como dos categorías diferentes: $B_1 = 150$ y $B_2 = 100$. Si los proponentes de los proyectos pueden justificar los gastos, podrán solicitar recursos de ambas categorías.

En este proceso hay 100 proyectos compitiendo por financiamiento. Las propuestas fueron examinadas de antemano por un grupo de evaluadores expertos y cada una fue considerada — en lo individual— factible y aceptable. Se están tomando nueve criterios para evaluar la calidad de los proyectos:

- tres de ellos aluden al desarrollo del capital humano: estancias postdoctorales, y formación de nuevos maestros y doctores;
- otros tres miden la productividad científica y tecnológica: artículos en revistas de difusión científica, registros de patente y desarrollo de productos tecnológicos innovadores; y
- los últimos tres miden el grado de diseminación del conocimiento: libros (o capítulos), participaciones en congresos de talla internacional y artículos en revistas de divulgación.

Además, se han detectado 30 interacciones relevantes entre las propuestas: seis corresponden a situaciones de proyectos mutuamente excluyentes y las otras 24 son sinergias entre las propuestas (14 afectando la generación de beneficios y 10 el consumo de recursos).

Las propuestas se encuentran divididas en tres áreas (humanidades y ciencias sociales, ciencias aplicadas y ciencias básicas) y tres regiones (norte, centro y sur). Se han impuesto algunas restricciones respecto a la distribución del apoyo en estos grupos:

- cada área debe recibir un apoyo dentro del rango del 25 % al 50 % del presupuesto total (los \$250 millones);
- las regiones norte y centro deberán ser apoyadas en el rango 20 %–40 % del presupuesto; y

- la región sur deberá obtener entre el 30 % y 50 % del recurso total presupuestado (esto debido a que la organización se ha percatado de un rezago en esta región y desea favorecerla ligeramente).

Además, la organización no está obligada a cubrir todos los gastos asociados a los proyectos. De esta forma, se puede asignar sólo una fracción de los recursos solicitados por los proponentes. Para cada propuesta se conoce:

- la cantidad mínima de recursos que deberían suministrarse para realizar los proyectos (representada por las variables $c_{j,l}$ en el modelo del Capítulo 4);
- los valores objetivo esperados para esta versión con mínimo financiamiento ($f_k^{\min}(j)$ en el modelo); y
- los beneficios generados si se solventaran todos los gastos ($f_k^{\max}(j)$ en el modelo).

La organización conoce los costos asociados a la generación de los primeros tres objetivos (aquéllos concernientes al capital humano), debido a que ellos son provistos en la forma de becas de manutención, las cuales varían ligeramente dependiendo de la región geográfica donde se llevará a cabo el proyecto. Respecto a los seis objetivos restantes, se ha anunciado —en cada propuesta— la cantidad de recursos necesarios para lograr incrementos de una unidad (representado como $\partial_k c_{j,l}$ en las Ecuaciones 4.1–4.5 del modelo de optimización). Estos gastos fueron considerados razonables durante la etapa de evaluación de los proyectos.

Para esta tarea, la dependencia ha designado a un DM, el cual ha sido instado a identificar la mejor cartera de acuerdo a los nueve criterios organizacionales.

En cuanto a las preferencias del DM, los parámetros del modelo están ajustados de una manera tal, que éste se encuentra libre de inconsistencias. Este arreglo implica la ausencia de ciclos en la relación de preferencia estricta; por consecuencia, existe al menos una solución que cumple las condiciones para ser el mejor compromiso.

6.2.2. Resultados experimentales

El caso de estudio planteado en esta sección es un problema de optimización de cartera que implica decisiones de apoyo parcial, el cual puede ser abordado de dos formas:

- a) conforme al Capítulo 4, habilitando la aplicación directa de NO-ACO; y
- b) por medio de la creación de proyectos artificiales redundantes, resultando en un modelo de asignación 0–1; en este caso, el mejor compromiso puede aproximarse mediante NO-ACO considerando que $f_k^{\max}(j) = f_k^{\min}(j) \forall j \in \{1, 2, 3, \dots, \mathbb{N}\}, k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$.

Si se desea aplicar la opción b), es importante establecer cuántos niveles de apoyo deben tomarse en cuenta. Se ha optado por generar diez versiones por proyecto. Una de ellas corresponde a la versión de apoyo mínimo, otra es la versión de financiamiento completo; y las ocho versiones restantes corresponden a niveles intermedios entre las primeras dos. Las diez versio-

nes de cada proyecto se encuentran distribuidas en una manera aproximadamente uniforme en el rango $[c_{j,l}, c_l (f^{\text{máx}}(j))]$, recordando que $c_{j,l}$ representa el costo mínimo del proyecto j en la l -ésima categoría de recursos, y $c_l (f^{\text{máx}}(j))$ es el costo máximo solicitado por este mismo proyecto en esa misma categoría.

Se han generado diez instancias aleatorias siguiendo las características de este caso de estudio. Estas instancias de prueba se modelaron siguiendo ambos enfoques, fueron resueltas por medio de NO-ACO y, finalmente, se contrastaron sus resultados. El modelo basado en proyectos ficticios requirió —en promedio— más de doce horas de tiempo de ejecución, mientras que el modelo descrito en el Capítulo 4 requirió menos de ocho horas. En este banco de instancias, el tiempo de optimización se redujo un 34 % en promedio.

En la Tabla 6.5 se reportan los resultados obtenidos, donde se aprecia que la modelación basada en la sucesión de diferencias (presentado en el Capítulo 4) suplió de información útil al algoritmo; de esta forma se obtuvieron algunas ventajas que le permitieron mejorar su eficiencia. Al respecto, si se analiza la información contenida en la Tabla 6.5, se puede inferir lo siguiente:

- 1) Las soluciones generadas tienen mejores valores en las funciones objetivo. Al introducir la posibilidad de asignar cualquier valor dentro del rango válido de cada proyecto, las soluciones resultantes dominaron una gran proporción (32 % en promedio) de las carteras sugeridas por el enfoque basado en proyectos artificiales (ver Columnas 3 y 4).
- 2) En lo que a las preferencias del DM se refiere, se generó una mejor aproximación de la frontera no superada estrictamente (ver Columna 5); además, un conjunto de carteras que cumplen las características necesarias para ser el mejor compromiso (compatible con el sistema borroso de sobreclasificación) fue siempre identificado gracias al enfoque propuesto en esta tesis.

A juzgar por la información de la Tabla 6.5, existen entre 10 y 34 soluciones no dominadas al Problema 4.21. Sin embargo, ya que algunas de ellas mapean hacia los mismos valores en las funciones objetivo (ver Columnas 6 y 7), existen solamente 2–5 carteras significativamente diferentes. De acuerdo con el modelo preferencial, no es posible establecer alguna relación de preferencia entre ellas. Ante una situación tal, el decisor podría:

- 1) expresar sus preferencias sobre este conjunto optimizado considerando los valores del flujo neto y del conteo de debilidad, y encontrar un buen compromiso entre ambos (cf. Fernandez et al., 2013); pero si —al considerar estos criterios— el DM aún no percibe alguna diferencia significativa, entonces él debería
- 2) aplicar un criterio adicional para seleccionar la mejor cartera, por ejemplo:
 - a) la cartera con el mayor número de proyectos apoyados (con la finalidad de maximizar la cantidad de apoyos otorgados);
 - b) la cartera con la menor cantidad de propuestas financiadas (para minimizar los costos que surgen al dar seguimiento a los proyectos); o

Tabla 6.5: Resultados de NO-ACO en instancias con apoyo parcial

Instancia	Modelación del apoyo parcial	Tamaño del conjunto solución	Soluciones no dominadas al Problema 4.15 en $O_1 \cup O_2$	Soluciones en $NS(O_1 \cup O_2)$	Soluciones no dominadas al Problema 4.21 en $O_1 \cup O_2$ considerando:	
					a) las variables de decisión	b) los valores objetivo
1	Proyectos ficticios	285	215	96	0	0
	Modelo del Cap. 4	300	297	287	17	4
2	Proyectos ficticios	201	140	62	1	1
	Modelo del Cap. 4	297	282	277	15	3
3	Proyectos ficticios	157	113	50	0	0
	Modelo del Cap. 4	218	218	212	19	3
4	Proyectos ficticios	275	140	63	0	0
	Modelo del Cap. 4	340	331	324	27	5
5	Proyectos ficticios	72	55	24	0	0
	Modelo del Cap. 4	160	153	150	10	2
6	Proyectos ficticios	239	146	65	1	1
	Modelo del Cap. 4	184	184	183	16	3
7	Proyectos ficticios	526	383	170	1	1
	Modelo del Cap. 4	345	342	333	29	4
8	Proyectos ficticios	334	183	82	0	0
	Modelo del Cap. 4	375	371	371	34	5
9	Proyectos ficticios	287	214	95	1	1
	Modelo del Cap. 4	163	163	162	13	3
10	Proyectos ficticios	273	173	77	0	0
	Modelo del Cap. 4	243	238	227	14	3

Nota: O_1 y O_2 son la respuesta de NO-ACO cuando optimiza, respectivamente, el modelo de proyectos ficticios y el del Cap. 4

Tabla 6.6: Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias medianas con apoyo parcial

Instancia	Cantidad de soluciones en la A-RoI	No. de soluciones en la A-RoI obtenidas en las ejecuciones de NO-ACO			
		·Valor medio	·Mejor valor	·Peor valor	·Desv. Std.
1	23	16.29 (70.81 %)	21 (91.30 %)	12 (52.17 %)	2.99 (12.98 %)
2	25	17.86 (71.43 %)	20 (80.00 %)	15 (60.00 %)	1.56 (06.22 %)
3	25	19.14 (76.57 %)	23 (92.00 %)	13 (52.00 %)	3.37 (13.48 %)
4	42	30.46 (72.52 %)	38 (90.48 %)	23 (54.76 %)	5.14 (12.24 %)
5	13	10.11 (77.80 %)	12 (92.31 %)	08 (61.54 %)	1.13 (08.71 %)
6	26	19.69 (75.71 %)	23 (88.46 %)	16 (61.54 %)	2.18 (08.38 %)
7	39	26.91 (69.01 %)	35 (89.74 %)	20 (51.28 %)	4.55 (11.66 %)
8	57	40.23 (70.58 %)	49 (85.96 %)	31 (54.39 %)	6.85 (12.01 %)
9	17	12.97 (76.30 %)	16 (94.12 %)	10 (58.82 %)	1.79 (10.53 %)
10	21	16.06 (76.46 %)	20 (95.24 %)	12 (57.14 %)	2.48 (11.83 %)

- c) la cartera que consuma la menor cantidad de recursos (con la intención de invertir el presupuesto residual en algún proceso posterior).

Para cada caso de este banco de instancias se ha calculado la A-RoI por medio de 30 ejecuciones independientes de NO-ACO. Se extrajo información estadística acerca del comportamiento del algoritmo en estas 30 ejecuciones, la cual se ha colocado en la Tabla 6.6. En cada ejecución, NO-ACO identificó —en promedio— 74 % de las soluciones de la A-RoI. Este resultado es favorable al considerar la robustez del algoritmo. Inclusive en el peor caso (Instancia 7), NO-ACO detectó más del 50 % de las soluciones de la A-RoI, lo cual trae evidencia de que —en problemas de tales dimensiones— este metaheurístico no necesitaría ser ejecutado en varias ocasiones para ofrecer al DM soluciones con un compromiso satisfactorio.

6.3. Resolución de casos a mayor escala

El caso de cartera —con apoyo parcial— abordado en la sección anterior tiene dimensiones de entrada que sobrepasan a aquéllas reportadas en la literatura especializada (e.g. Carazo et al., 2011, 2010; Doerner et al., 2004, 2006; Stummer & Heidenberger, 2003). Tales propuestas han resuelto problemas de optimización de cartera considerando hasta 100 proyectos, pero sólo unos cuantos son susceptibles de recibir financiamiento parcial (no más de seis proyectos), cuyos niveles de apoyo fueron modelados mediante proyectos artificiales (no más de cuatro niveles). En esta sección se desea explorar la capacidad de NO-ACO para tratar con problemas de cartera cuyo tamaño de entrada pueda clasificarse como “alta escala”, en comparación con las dimensiones reportadas por los metaheurísticos multiobjetivo aplicados a este problema.

6.3.1. Descripción del caso de estudio

Retomemos el caso de estudio de la Sección 6.2.1, redimensionando las siguientes características:

- la aplicación de 500 propuestas de proyecto;
- la evaluación de los proyectos por medio de 16 criterios;
- la existencia de un solo recurso a repartir (\$250 millones);
- doce situaciones de proyectos mutuamente excluyentes;
- la existencia de 28 sinergias afectando los beneficios; y
- 20 coaliciones sinérgicas modificando los costos.

Se generaron diez instancias aleatorias siguiendo estas características, y fueron resueltas mediante el enfoque propuesto en esta tesis doctoral. En las siguientes secciones se analizan los resultados y se discute la aplicabilidad de NO-ACO para problemas de esta escala.

6.3.2. Resultados experimentales

De acuerdo con el Capítulo 3, no se encuentra en el estado del arte algún método que dé evidencia de optimizar eficientemente problemas de cartera —con financiamiento parcial— en tales dimensiones. Por esta razón, no se cuenta con una clara referencia acerca de la calidad de las soluciones para el caso abordado. A pesar de este hecho, puede generarse una cartera —mediante la ayuda de una heurística basada en el *ranking* de los proyectos— que funja como una cota de calidad. Esta heurística es ampliamente recurrida en problemas reales de asignación de recursos, sobre todo en organizaciones públicas. Esta cartera basada en la información del *ranking* puede construirse siguiendo los siguientes pasos:

- 1) Se ordenan descendientemente las propuestas concursantes de acuerdo a una función de valor; por ejemplo, mediante la relación costo-beneficio (en el caso abordado, los beneficios se han integrado mediante una función de agregación cuyos pesos reflejan la importancia que el DM atribuye a los objetivos).

Tabla 6.7: Resultados de NO-ACO sobre instancias de 500 proyectos y 16 objetivos con apoyo parcial

Instancia	Tiempo	Tamaño de la RoI generada según el espacio de:			No. de soluciones de NO-ACO que:	
		a) las variables de decisión	b) los 16 criterios según el Problema 4.15	c) los tres objetivos según el Problema 4.21	a) dominan a la cartera del 'ranking' (Problema ??)	b) superan estrictamente a la cartera del 'ranking' (Ecuación 4.16)
1	83960	113	20	3	59	72
2	77421	79	29	4	29	43
3	65172	87	14	2	51	64
4	65393	67	20	3	42	56
5	57460	53	13	2	29	38
6	55215	69	26	3	33	41
7	72215	82	15	3	42	56
8	81676	99	25	4	57	78
9	73965	90	17	3	51	63
10	79967	87	26	4	41	53

Nota: El tiempo está medido en segundos

- 2) El DM estima —a groso modo— cuántos proyectos puede financiar (esta estimación puede lograrse dividiendo el presupuesto total entre el costo medio de los proyectos). Denotemos esta estimación como \bar{N} .
- 3) Analizando el valor obtenido en el paso 2, el DM decide cuántos de los \bar{N} proyectos desea financiar en su totalidad. Esta cantidad es denotada como \mathcal{R}_1 (en el caso estudiado \mathcal{R}_1 corresponde al 15 % de \bar{N}).
- 4) Entonces el DM asigna todos los recursos solicitados por los primeros \mathcal{R}_1 proyectos, siguiendo el orden de prioridad implícito en el *ranking*.
- 5) Luego el DM determina cuántos proyectos quiere que reciban un apoyo intermedio. Este número de proyectos se representa como \mathcal{R}_2 (en este caso de estudio, \mathcal{R}_2 equivale al 35 % de \bar{N}).
- 6) Entonces el DM asigna un nivel de apoyo intermedio a los siguientes \mathcal{R}_2 proyectos en el *ranking* de prioridad (en nuestro caso, el nivel intermedio de financiamiento equivale a suministrar el 80 % de los requerimientos presupuestados).
- 7) Posteriormente, respetando el orden del *ranking*, el DM financia propuestas con el nivel mínimo de apoyo hasta agotarse el presupuesto, o hasta que quede un remanente tal que ninguna propuesta pueda añadirse —ni con el nivel mínimo de apoyo— a la cartera (en el caso de estudio, el nivel mínimo de financiamiento equivale al 60 % del recurso solicitado).
- 8) Finalmente, si quedó algún residuo en el presupuesto, el DM debería invertirlo entre los mejores proyectos que fueron parcialmente financiados. Este proceso se realiza —proyecto por proyecto— hasta que se repartan todos los recursos entre las propuestas apoyadas.

En esta metodología, las interacciones sinérgicas pueden modelarse como proyectos ficticios que obtienen una posición en el *ranking*.

En la Tabla 6.7 se presenta información referente a los resultados de NO-ACO al abordar las instancias generadas para esta sección. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con la cartera que se forma al seguir el *ranking* de los proyectos.

Al analizar la información contenida en la Tabla 6.7, se aprecia como la RoI de este problema está más poblada, en comparación con aquella generada en los problemas anteriores. Por

instancia, NO-ACO pudo aproximar entre 53 y 113 soluciones en la RoI (ver Columna 3). De las cuales, un subconjunto cuantioso fue mejor —en dominancia de Pareto— que la cartera basada en el *ranking* de prioridad (ver Columna 6). Cualquiera de estas carteras constituye una mejor inversión para la organización independientemente de las preferencias del decisor. Por otra parte, las diferencias se acentúan si se considera el sistema de preferencias del DM. Al respecto, la relación de preferencia estricta favoreció notablemente a las carteras de NO-ACO (ver Columna 7).

En cuanto al tiempo de ejecución, NO-ACO requirió —en promedio— 17 hrs. 48 min. para converger hacia la RoI, y en ningún caso sobrepasó las 24 hrs. (ver Columna 2). En esta tesis se presume que éste es un tiempo razonable para la clase de problema abordado, en comparación con otros enfoques del estado del arte (cf. Carazo et al., 2011, 2010). En este aspecto, se desea enfatizar que en la Tabla 6.7 se ha reportado el tiempo que consumió el metaheurístico en una computadora de capacidad promedio (una Mac Pro con un procesador Intel Quad Core a 2.8 GHz). Sin embargo, para el caso de aquéllas organizaciones que tienen acceso a un servidor de alto desempeño (por ejemplo, una Dell Power Edge con un procesador Intel Xeon E5-2697 a 2.6 GHz), se ha estimado —en base al estándar SPEC2006, disponible en www.spec.org— que el tiempo se reduciría un 85 %. Esto equivale, aproximadamente, a un tiempo de cómputo promedio de 2 hrs. 40 min. Aunque existen centros de investigación, dependencias de gobierno, organizaciones públicas y grandes compañías que pueden tener acceso a un equipo de cómputo con estas características, se ha optado por reportar el tiempo consumido en un tipo de computadora disponible, prácticamente, en cualquier tipo de organización que enfrente problemas de cartera en tales dimensiones.

Pasando al proceso de selección del mejor compromiso, tomemos en cuenta que la decisión del DM debe basarse en el impacto producido por las carteras. Por consecuencia, el decisor tiene —en realidad— sólo de 13 a 29 alternativas diferentes (según el espacio de los objetivos, ver Columna 4). Aún así, pudiera ser difícil para el DM emitir una decisión final sobre semejante cantidad de alternativas y de criterios.

Para atenuar esta dificultad, el número de alternativas pudiera reducirse aún más si se consideran los criterios del modelo de sobreclasificación, específicamente el conteo de debilidad y de flujo neto. Si, en un conjunto de alternativas O , un par de carteras x y y poseen los mismos valores en el vector de evaluación al Problema 4.21, pueden considerarse alternativas equivalentes. Bajo esta premisa, NO-ACO identificó entre dos y cuatro vectores de decisión representativamente diferentes (ver Columna 5).

Analicemos en específico los resultados obtenidos en la primera instancia. En la Tabla 6.8 se presentan algunas de las carteras sugeridas por NO-ACO. Aquí, las alternativas han sido agrupadas de acuerdo a sus valores a la función triobjetivo del Problema 4.21. De cada grupo se tomaron las siguientes carteras:

- a) la cartera con la mayor cantidad de propuestas financiadas;

Tabla 6.8: Análisis de las carteras de NO-ACO

	Valores en las funciones objetivo																No. de proyectos apoyados	Presupuesto sobrante
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
CARTERAS $\langle 0, 0, 2 \rangle$ AL PROBLEMA 4.21																		
A*	388	445	541	866	392	515	745	1079	829	513	995	378	653	1093	1050	936	233	2940
B*	410	397	516	965	391	473	729	1132	803	534	1008	380	549	964	1140	821	233	3380
C*	385	439	526	931	394	479	728	1069	856	530	1009	373	626	1097	1056	858	233	2600
D [§]	379	429	500	946	364	447	698	1057	834	541	1016	383	582	1020	1111	859	163	2960
E [§]	383	471	515	883	364	446	666	1004	823	545	1025	399	585	1101	1059	906	163	3010
F [‡]	397	429	545	881	412	458	712	1017	864	528	1006	385	600	1086	1075	879	205	3640
CARTERAS $\langle 0, 1, 1 \rangle$ AL PROBLEMA 4.21																		
G*	392	499	518	990	343	436	716	1055	863	518	0966	387	584	1168	1149	873	232	3400
H*	382	498	522	992	339	407	651	1052	833	549	1011	392	520	1112	1033	801	232	2130
I [§]	393	480	543	943	345	397	676	1040	885	546	994	389	618	1095	1170	842	162	3460
J [§]	386	478	506	980	342	415	675	1020	857	540	1007	395	557	1058	1029	929	162	2860
K [‡]	379	462	499	962	359	443	720	1038	839	527	975	391	581	1134	1217	914	223	3850
CARTERAS $\langle 0, 2, 0 \rangle$ AL PROBLEMA 4.21																		
L*	400	473	530	966	395	491	699	1113	850	534	994	384	634	1064	1090	850	230	2870
M ^{§‡}	386	466	532	922	362	493	687	1079	855	542	1017	382	640	1086	1159	915	163	3200

* son las carteras con el mayor número de proyectos apoyados dentro de su grupo de soluciones

§ son las carteras con la menor cantidad de proyectos financiados dentro de su grupo

‡ son las carteras que, dentro de su grupo, dejaron la mayor cantidad de presupuesto desocupado

- b) la cartera con menos proyectos apoyados; y
- c) la cartera que deja disponible la mayor cantidad de recursos.

Estos criterios adicionales pueden aplicarse en cierta clase de casos, permitiendo al DM discriminar entre carteras cuando —al analizar únicamente el vector de consecuencias— él no percibe diferencias significativas. Por ejemplo, el inciso a) es particularmente aconsejable en problemas de índole social, ya que es favorable —a la política pública— mantener este indicador con valores elevados. Los incisos b) y c) entrañan un ahorro de recurso —inciso b) en el mediano plazo, inciso c) en el corto plazo— y, por ende, suelen ser de mayor trascendencia en la administración de particulares. Aunado a estas sugerencias, el DM podría plantear —según sus intereses— algún otro indicador adicional a los criterios originales.

Acorde a la Sección 4.3, las soluciones en $NW(O)$ (la frontera no superada débilmente) son las que mejor se ajustan a las relaciones de sobreclasificación; por consecuencia, ellas tienen un mayor potencial para ser el mejor compromiso final. Siguiendo el consejo de Fernandez et al. (2013), se sugerirían al decisor las carteras del primer bloque (aquéllas etiquetadas como A–F). Ya que este problema es de carácter público, sería razonable considerar a la Cartera B como la decisión final del DM.

Respecto a la robustez del metaheurístico sobre este banco de instancias, se ha calculado la A-RoI (mediante la unión de los resultados obtenidos en 30 ejecuciones) y se han extraído algunos datos respecto a la dispersión. Estos datos se presentan en la Tabla 6.9.

Primeramente, consideremos la RoI en función de la distribución del presupuesto entre los proyectos. Así, de acuerdo a la información contenida en la Tabla 6.9, NO-ACO pudo identificar, aproximadamente, el 50 % de la A-RoI por ejecución. A partir de esta información se aprecia que este metaheurístico tiene el potencial para generar una proporción notable de la RoI (en el peor caso —Instancia 1— 36.28 % ; en el mejor caso —Instancia 4— 70.26 %). Las Columnas 5,

Tabla 6.9: Variabilidad en las soluciones de NO-ACO sobre instancias grandes con apoyo parcial

Instancia	Tamaño de la A-RoI	No. de soluciones en la A-RoI obtenidas en las ejecuciones de NO-ACO				
		·Media	·Mejor valor	·Peor valor	·Desv. Std.	
1	a) en las variables de decisión	273	99.03 (36.28 %)	158 (57.87 %)	47 (17.23 %)	28.43
	b) en las funciones objetivo	30	20.87 (69.56 %)	25 (83.33 %)	16 (53.33 %)	3.38
2	a) en las variables de decisión	227	117.90 (51.94 %)	151 (66.52 %)	77 (33.92 %)	26.24
	b) en las funciones objetivo	33	23.67 (71.72 %)	32 (96.97 %)	19 (57.58 %)	4.08
3	a) en las variables de decisión	229	106.07 (46.31 %)	187 (81.66 %)	53 (23.14 %)	26.24
	b) en las funciones objetivo	24	18.23 (75.97 %)	23 (95.83 %)	12 (50.00 %)	3.08
4	a) en las variables de decisión	169	118.73(70.26 %)	148 (87.57 %)	87 (51.48 %)	18.24
	b) en las funciones objetivo	21	16.33 (77.78 %)	21 (100.00 %)	15 (71.43 %)	1.88
5	a) en las variables de decisión	108	75.57 (69.97 %)	87 (80.56 %)	61 (56.48 %)	7.97
	b) en las funciones objetivo	14	10.10 (72.14 %)	13 (92.86 %)	9 (64.29 %)	1.06
6	a) en las variables de decisión	154	72.08 (47.27 %)	120 (77.92 %)	60 (38.96 %)	14.43
	b) en las funciones objetivo	31	23.27 (75.05 %)	27 (87.10 %)	16 (51.61 %)	3.53
7	a) en las variables de decisión	177	69.23 (39.11 %)	153 (86.44 %)	50 (28.24 %)	21.80
	b) en las funciones objetivo	19	14.63 (77.02 %)	19 (100.00 %)	12 (63.16 %)	2.22
8	a) en las variables de decisión	198	99.50 (50.25 %)	147 (74.24 %)	54 (27.27 %)	31.03
	b) en las funciones objetivo	26	18.53 (71.28 %)	21 (80.77 %)	15 (57.69 %)	1.93
9	a) en las variables de decisión	244	98.17 (40.23 %)	151 (61.89 %)	32 (13.11 %)	33.70
	b) en las funciones objetivo	31	22.97 (74.09 %)	30 (96.77 %)	16 (51.61 %)	4.54
10	a) en las variables de decisión	231	103.77 (44.92 %)	140 (60.61 %)	63 (27.27 %)	20.11
	b) en las funciones objetivo	28	21.23 (75.83 %)	27 (96.43 %)	12 (42.86 %)	4.38

6 y 7 presentan información concerniente a la dispersión de las soluciones. Se observa que, en estas dimensiones, el metaheurístico es susceptible a la aleatoriedad en un grado mayor al de los casos anteriores. Sin embargo, se desea enfatizar que NO-ACO siempre generó soluciones en la A-RoI, en su peor ejecución encontró sólo el 13.11 % de las soluciones en esta región (Instancia 9), mientras que la mejor tasa de acierto fue del 87.57 % (Instancia 4). Así, se puede afirmar que el algoritmo siempre proporcionó compromisos satisfactorios para el DM.

Por otro lado, los resultados son más favorables si consideramos la RoI basándonos en el impacto producido por las carteras. De esta manera, NO-ACO identificó —en promedio— el 74 % de la A-RoI por ejecución. Además, se percibe mayor estabilidad en la salida si se consideran los valores en las funciones objetivo (ver las Columnas 4, 5 y 6 de la Tabla 6.9), las cuales constituyen, de hecho, un criterio de elección más importante que los valores en las variables de decisión.

6.4. Efecto de la hibridación con ILP

Durante la primera etapa en el desarrollo de NO-ACO, éste era un metaheurístico puro, sin ILP. Esta versión inicial fue aplicada a la resolución de problemas de cartera sin apoyo parcial, cuyos resultados mostraron sólidas evidencias respecto a sus ventajas sobre otros enfoques del estado del arte (Cruz et al., 2013, 2014).

Sin embargo, una debilidad se hizo presente al optimizar instancias de cartera con apoyo parcial: el método requería demasiadas iteraciones antes de alcanzar la convergencia, lo cual aumentó de manera crítica el tiempo de cómputo consumido. Es probable que esto se deba —

principalmente— a que el espacio combinatorial asociado al modelo con apoyo parcial es mucho más amplio que aquél del clásico modelo de asignación 0–1.

Jourdan et al. (2009) describen las ventajas que ganan los metaheurísticos al hibridarse con algoritmos exactos. Por esta vía, se vislumbró una manera posible para aliviar la deficiencia que presentó la propuesta original. De acuerdo a Puchinger & Raidl (2005), los algoritmos pueden hibridarse mediante *colaboración*, lo cual aplica cuando dos métodos intercambian información sin formar parte uno del otro. Una técnica realiza un pre-procesamiento antes de la segunda, o la segunda realiza un post-procesamiento de las soluciones generadas por la primera.

Hay varios estudios en la literatura que realizan esta clase de hibridación. Éstos aplican métodos de programación matemática para generar puntos subóptimos, los cuales actúan como la población inicial para un metaheurístico (e.g. Doerner et al., 2006; Felzl & Raidl, 2004; Plateau et al., 2002). Estos enfoques son aplicables cuando el problema a optimizar puede simplificarse a un modelo de optimización lineal. Así, la primer fase optimiza el modelo ILP (asumiendo que “buenas” soluciones al modelo relajado corresponden con “buenas” soluciones al modelo original), y las soluciones obtenidas se inyectan como puntos iniciales al metaheurístico, el cual opera sobre el problema original (sin la reducción lineal).

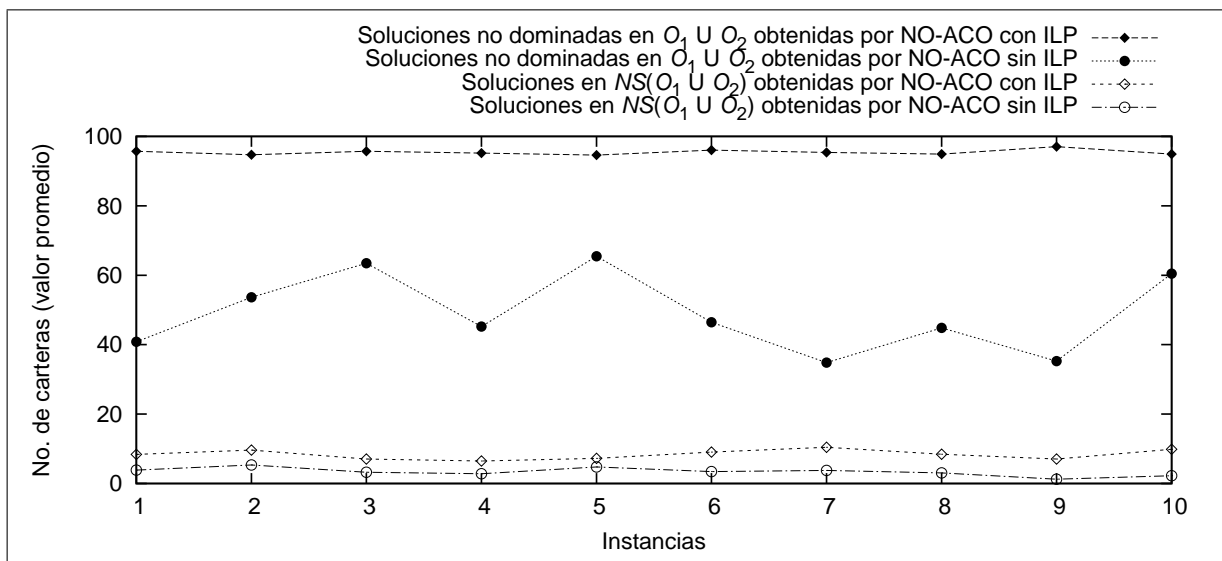


Figura 6.1: Calidad de la población inicial de NO-ACO cuando se genera mediante: 1) la metaheurística pura, y 2) ILP (en la gráfica, $O_1 \cup O_2$ representa la unión de las poblaciones iniciales generadas por ambas versiones del metaheurístico)

En esta idea se basa el enfoque híbrido de NO-ACO (ver Sección 5.3). El efecto producido por tal hibridación es el siguiente: la primera actualización de feromona se realiza a partir de soluciones con un mejor grado de optimalidad que aquéllas generadas por la colonia en sus condiciones iniciales. A partir de 30 ejecuciones (sobre instancias de 100 proyectos y nueve objetivos) se pudo estimar la calidad de la primera generación de NO-ACO, midiéndola en términos de:

- a) cantidad de soluciones no dominadas al Problema 4.15; y
- b) número de carteras generadas dentro de la frontera no superada estrictamente.

Esta información se grafica en la Figura 6.1, contrastando el desempeño entre ambas versiones de NO-ACO. Evidentemente, las carteras provistas por el *Branch & Cut* de CPLEX® poseen mejor eficiencia y, en cada una de las diez instancias, esta diferencia fue significativa (al aplicar una prueba F de Friedman a un nivel de significancia del 5%).

Sin embargo, dicha ventaja en la población inicial no se sostuvo después de aplicar la optimización metaheurística. En la Tabla 6.10 se sintetizan los resultados finales de NO-ACO cuando incorpora ILP, y se contrastan con aquéllos obtenidos por el metaheurístico puro. Se desempeñaron 30 ejecuciones de cada versión de NO-ACO para atenuar los factores aleatorios del metaheurístico y poder extraer conclusiones que tengan un mayor grado de validez.

Tabla 6.10: Resultados de NO-ACO con y sin hibridación con ILP

Instancia	Tamaño de la A-RoI*	No. promedio de carteras en la A-RoI obtenidas por: b) NO-ACO con ILP	a) NO-ACO sin ILP	¿La diferencia es significativa [‡] ?
1	23	16.29 (70.81 %)	16.03 (69.70 %)	
2	25	17.86 (71.43 %)	17.88 (71.50 %)	
3	25	19.14 (76.57 %)	18.92 (75.68 %)	
4	42	30.46 (72.52 %)	29.03 (69.12 %)	✓
5	13	10.15 (78.07 %)	10.19 (78.38 %)	
6	26	19.69 (75.71 %)	18.91 (72.74 %)	
7	39	26.91 (69.01 %)	24.83 (63.68 %)	✓
8	57	40.23 (70.58 %)	38.43 (67.43 %)	✓
9	17	12.97 (76.30 %)	12.82 (75.38 %)	
10	21	16.06 (76.46 %)	16.04 (76.37 %)	

* la A-RoI es el conjunto de las mejores soluciones conocidas

‡ de acuerdo a una prueba (no paramétrica) F de Friedman con 0.05 de significancia

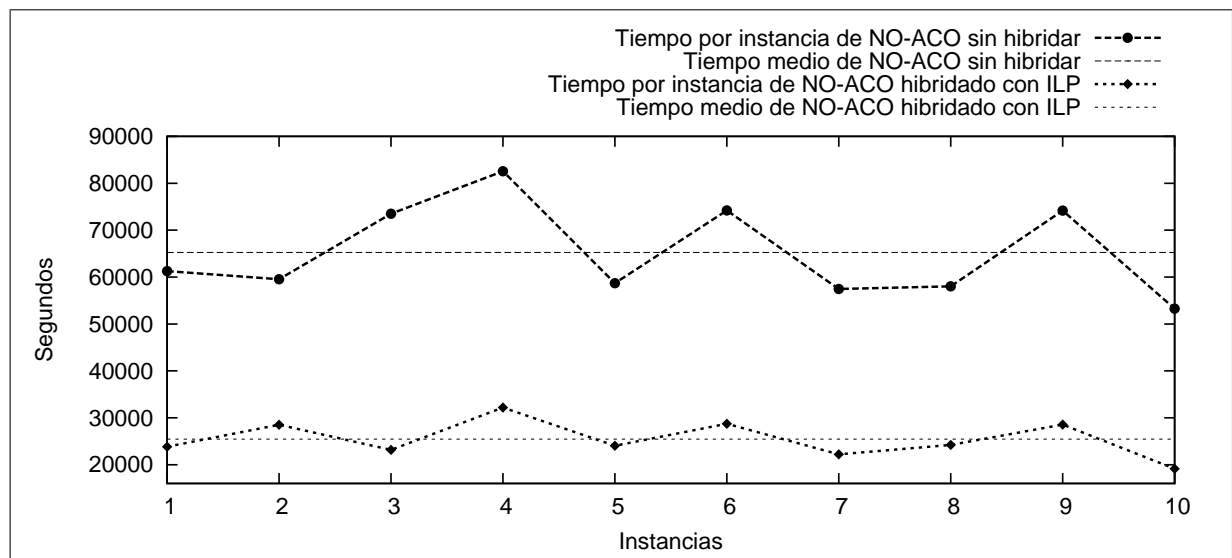


Figura 6.2: Tiempo de cómputo consumido por el metaheurístico puro y el híbrido

Al analizar la información de la Tabla 6.10, se percibe una ligera diferencia a favor de la versión híbrida, pero ésta fue significativa solamente para tres casos de prueba. Se infiere, a partir de esto, que el metaheurístico por sí solo puede converger hacia la RoI sin la necesidad de

la hibridación. Aunque la ventaja inicial no se tradujo en un mejor desempeño final, sí trajo una mejora al algoritmo si tomamos en cuenta el tiempo de cómputo. En la Figura 6.2 se representa el tiempo promedio que requirieron ambos enfoques para obtener los resultados de la Tabla 6.10.

Finalmente se puede concluir que la “colaboración” con el *Branch & Cut* logró reducir el tiempo de ejecución un 60 %, sin producir pérdida en la calidad en las soluciones generadas por NO-ACO.

CAPÍTULO 7

Conclusiones y trabajo futuro

ESTE último capítulo presenta, a manera de conclusión, las aportaciones derivadas del trabajo de investigación doctoral descrito en este documento de tesis. Asimismo, se enumeran algunas líneas de investigación que podrían dar continuidad a este proyecto, las cuales han sido planteadas en la forma de trabajos futuros.

7.1. Conclusiones

Este documento contiene una propuesta original para optimizar carteras de proyectos interdependientes con decisiones de apoyo parcial. La modelación del problema está inspirada en el popular modelo de asignación binaria, el cual —recurrentemente— ha sido objeto de estudio en la literatura especializada. El modelo propuesto ha sido concebido para aquellos casos de optimización de cartera en donde el financiamiento incompleto de los proyectos provoca una pérdida en la retribución de beneficios. El modelo requiere que tal pérdida pueda ajustarse aceptablemente mediante sucesiones de diferencias que asocien, por proyecto, el nivel de satisfacción de requerimientos con la generación de valores objetivo. De este modo se logra una representación más fina que el modelo basado en proyectos artificiales.

Otra extensión al modelo clásico consiste en medir la calidad de las carteras en función de las preferencias del DM. Esta característica evade una de las principales debilidades asociadas a los modelos que se basan en dominancia de Pareto: el conjunto de soluciones eficientes suele tener una cardinalidad tan alta, que la identificación de la mejor cartera constituye —en tales dimensiones— otro problema a confrontar.

Para resolver el modelo propuesto, se diseñó un método basado en la conocida metaheurística de colonia de hormigas, pero adaptado para optimizar según las relaciones de sobreclasificación. El metaheurístico propuesto, *Non-Outranked Ant Colony Optimization* (NO-ACO), incluye:

- programación lineal entera, la cual previene que el procedimiento metaheurístico explore espacios de búsqueda evidentemente subóptimos; y

- modelación de preferencias mediante un sistema borroso de sobreclasificación, el cual induce que la colonia de hormigas optimice hacia la RoI, acentuando en esta región el esfuerzo algorítmico.

Las pruebas experimentales señalan que NO-ACO logra ventajas relevantes respecto a las metaheurísticas líderes para cartera de proyectos. Primero, NO-ACO ofrece sólo soluciones de compromiso satisfactorio, suministrando apoyo al DM, incluso, durante la fase de decisión. Además, logra —en la región de interés— mayor cercanía a la frontera eficiente. Adicionalmente, esta propuesta mostró capacidad para resolver instancias con apoyo parcial a un nivel que no había sido reportado antes.

Estos resultados aportan evidencia a la hipótesis, cada vez más fuerte, que la incorporación de preferencias puede aliviar —hasta cierto grado— las deficiencias que surgen en los metaheurísticos al tratar con problemas que tienen muchas funciones objetivo.

Comparado con la popular heurística basada en el *ranking* de prioridad, NO-ACO logra superarla tanto en términos de sobreclasificación estricta como en dominancia de Pareto.

Aunque el enfoque propuesto demanda un ajuste inicial para los parámetros que definen las relaciones de preferencia, las ventajas obtenidas durante el proceso de optimización pueden claramente justificar tal esfuerzo, especialmente en problemas de decisión de cartera que involucren financiamiento parcial y cuenten con muchas funciones objetivo. Bajo estas condiciones, sería cuestionable la aplicación de un mero metaheurístico basado en Pareto. En esta tesis se presenta —por primera vez— una alternativa que ha dado resultados prometedores en problemas de esta naturaleza. Así, la investigación doctoral descrita en esta tesis ha cumplido los objetivos planteados para la misma, y constituye un estudio que abona a la literatura científica especializada.

7.2. Difusión de la investigación doctoral

A partir del trabajo plasmado en esta tesis se derivaron algunas publicaciones, las cuales se listan a continuación:

- Artículos en revistas de difusión científica:

Fernandez, E.; Gomez, C.; Rivera, G. & Cruz, L. (2015). Hybrid metaheuristic approach for handling many objectives and decisions on partial support in project portfolio optimisation. *Information Sciences*, 315, 102–122 (revista indizada por el SCI).

Cruz, L.; Fernandez, E.; Gomez, C.; Rivera, G. & Perez F. (2014). Many-objective portfolio optimization of interdependent projects with 'a priori' incorporation of decision-maker preferences. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8(4), 1517–1531 (revista indizada por el SCI-E).

- Rivera, G.; Gomez, C.; Cruz, L.; Garcia, R.; Balderas, F.; Fernandez, E. & Lopez, F. (2012). Solution to the social portfolio problem by evolutionary algorithms. *International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, 3(1), 21–30 (revista en el índice de calidad del CONACyT).
- Artículos en memorias de congreso:
 - Fernandez, E.; Gomez, C.; Rivera, G. & Cruz, L. (2014). Project portfolio optimization with partial financing through a metaheuristic enriched with ILP and preference incorporation. En Ríos, R.; Camacho, J.; Gonzalez, J. & Laguna, M. (ed.) *Recent Advances in theory, methods and practice of Operations Research*, Latin-Iberian-American Operations Research Society, 295–302.
 - Cruz, L., Fernandez, E., Gomez, C., & Rivera, G. (2013). Multicriteria selection of interdependent projects with 'a priori' incorporation of decision maker preferences. En *Eureka 2013. Fourth International Workshop Proceedings* (pp. 169–178): Atlantis Press.
 - Capítulos en libros:
 - Rivera, G.; Gomez, C.; Fernandez, E.; Cruz, L.; Castillo, O. & Bastiani, S. (2013). Handling of synergy into an algorithm for project portfolio selection. En Castillo, O.; Melin, P. & Kacprzyk, J. (ed.) *Recent Advances on Hybrid Intelligent Systems*, Springer Berlin Heidelberg, 417–430.
 - Cruz, L.; Gomez, C.; Rivera, G. & Bastiani, S. Optimización multicriterio de carteras de proyectos interdependientes. En Leyva, J. & López, F. (ed.) *Procedimientos de Toma de Decisiones para la Distribución de Recursos Públicos*. Por publicar.

7.3. Trabajo futuro

A partir de la experiencia adquirida, se han detectado algunas líneas de investigación que complementarían al trabajo doctoral aquí presentado. Así, para extender su aplicabilidad, se sugiere:

- a) diseñar un proceso interactivo para actualizar los valores del modelo preferencial, de una forma tal, que refleje el conocimiento que adquiere el DM al analizar la estructura de las soluciones optimizadas;
- b) encontrar una manera para que los métodos ILP optimicen hacia la RoI definida por las relaciones de sobreclasificación;
- c) tomar en cuenta el riesgo y la incertidumbre asociados a los proyectos;
- d) dar tratamiento a la versión dinámica del problema;
- e) considerar fenómenos de dependencia temporal; e
- f) incluir el análisis de cartera en línea.

De hecho, se ha aprobado un proyecto por parte de CONACyT, el cual planea la realización de algunos de los trabajos planteados en los incisos anteriores. De tal manera, esta investigación doctoral constituye un antecedente para futuras líneas de investigación.

APÉNDICE A

El cálculo de $\sigma(x, y)$ mediante ELECTRE III

Con ELECTRE —acrónimo de *Elimination et Choix Traduisant la Réalité* (eliminación y elección que reflejan la realidad)— nace el concepto de relación de sobreclasificación (Roy, 1968), dando origen a toda una familia de métodos representativos de la escuela europea del MCDA de las últimas cuatro décadas.

Todos los métodos ELECTRE parten del mismo concepto, pero difieren operacionalmente de acuerdo al tipo de problema de decisión. Específicamente, ELECTRE I se concibió para problemas de selección, ELECTRE TRI para problemas de asignación y ELECTRE II, III y IV para problemas de ordenación. En esta última categoría, ELECTRE II es la versión más antigua sustituida por ELECTRE III (cuando es deseable y posible medir la importancia relativa de los criterios) y ELECTRE IV (cuando no es posible calcular dicha valoración).

En esta tesis, el cálculo de $\sigma(x, y)$ se basa en ELECTRE III (Roy, 1990). Éste ha sido particularmente exitoso en casos reales de construcción de *ranking* de proyectos (e.g. Buchanan et al., 1999; Buchanan & Vanderpooten, 2007). En este apéndice se describe (y ejemplifica) el cálculo de la función de credibilidad $\sigma(x, y)$, básico para la evaluación de las relaciones de sobreclasificación descritas en la Sección 4.3.

A.1. ELECTRE III

Bajo el esquema de los métodos ELECTRE, la veracidad de “ x es al menos tan buena como y ” está definida en función de dos condiciones:

- si la coalición de concordancia a favor de tal aseveración es lo bastante fuerte para sostenerla; este valor es representado como $c(x, y)$ y es conocido como *índice de concordancia*;
- y

- si al aceptar tal afirmación no se genera alguna discordancia lo suficientemente fuerte para invalidarla (o vetarla); este valor es denotado como $d(x, y)$ y es conocido como *índice de discordancia*.

Para estimar el índice de concordancia es necesario conocer cómo el DM percibe los criterios y los valores en éstos. Con esta finalidad, se establecen los siguientes parámetros:

- **Vector de pesos de los objetivos:** Se denota mediante el vector W , y representa qué tan importante es para el DM cada uno de los objetivos. Aquí, $w_k > 0$ para cada $k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$ donde p es la cantidad de objetivos. Además $\sum_{k=1}^p w_k = 1$. Comúnmente el DM no podrá establecer el valor de cada w_k , pero puede auxiliarse de métodos como *Swing* y *Smart* (Mustajoki et al., 2005) para esta tarea.
- **Umbral de indiferencia:** Se representa a través el vector U , e indica qué tan pequeñas deben ser las diferencias —en los objetivos— para que el DM las tome como marginales o no significantes a nivel práctico.

El índice de concordancia se calcula como

$$c(x, y) = \sum_{k=1}^p c_k(x, y), \quad (\text{A.1})$$

donde

$$c_k(x, y) = \begin{cases} w_k & \text{si } xP_k y \vee xI_k y, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

donde $xP_k y$ y $xI_k y$ son, respectivamente, las funciones lógicas de preferencia e indiferencia cuando se evalúa el k -ésimo objetivo. La preferencia puede definirse como

$$xP_k y = f_k(x) > f_k(y) \wedge \neg xI_k y, \quad (\text{A.3})$$

donde f_k es la función de evaluación para el k -ésimo objetivo. La indiferencia se define mediante la expresión

$$xI_k y = |f_k(x) - f_k(y)| \leq u_k, \quad (\text{A.4})$$

donde u_k es el umbral de indiferencia para el k -ésimo objetivo.

Por otro lado, el índice de discordancia se calcula en base a dos conjuntos de parámetros:

- 1) **Umbral de preveto:** Es denotado mediante el vector S , señalando cuál es la magnitud en las diferencias (en los objetivos) cuando se empiezan a observar condiciones de veto. Aquí, $s_k \geq u_k$ para cada $k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$.
- 2) **Umbral de veto:** Se representa por medio del vector V , y señala cuál es la magnitud en las diferencias (en los objetivos) entre dos alternativas para que se dispare una condición de veto, siendo $v_k \geq s_k \quad \forall k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}$.

Tabla A.1: Información de diez proyectos de un problema de cartera

Proyecto	Objetivo 1	Objetivo 2	Recurso solicitado
1	30	5	50,000
2	25	20	49,000
3	30	0	35,000
4	25	15	48,000
5	45	0	45,000
6	45	0	47,000
7	30	0	38,000
8	5	5	23,000
9	25	23	51,000
10	10	10	30,000

Así, $d(x, y)$ puede definirse como

$$d(x, y) = \min_{k \in \{1, 2, 3, \dots, p\}} \{1 - d_k(x, y)\} \quad (\text{A.5})$$

donde $d_k(x, y)$ se define por la ecuación

$$d_k(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } \nabla_k(x, y) < s_k, \\ \frac{\nabla_k(x, y) - u_k}{v_k - u_k} & \text{si } s_k \leq \nabla_k(x, y) < v_k, \\ 1 & \text{si } \nabla_k(x, y) \geq v_k, \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

donde v_k y s_k son los umbrales de veto y preveto respectivamente, y $\nabla_k(x, y) = f_k(y) - f_k(x)$. La discordancia introduce un efecto de rechazo: cuando existe al menos una diferencia en contra de x (según el k -ésimo criterio) que sobrepase v_k , se niega el predicado “ x es al menos tan bueno como y ” independientemente del valor en el índice de concordancia. Esta propiedad fundamental de no-compensación es característica en los métodos de sobreclasificación: valores altos en ciertos criterios no justifican pérdidas abrumadoras en otros. Es importante enfatizar que no necesariamente todos los criterios tienen derecho de veto y, aquéllos que sí lo ejercen, pueden variarlo en intensidad (esto se modela en los valores asignados a v_k y s_k).

Para finalizar, $\sigma(x, y)$ se calcula como

$$\sigma(x, y) = c(x, y) \cdot d(x, y). \quad (\text{A.7})$$

A.2. Ejemplo numérico

Debido a que este ejemplo tiene fines meramente explicativos, sólo se consideran dos objetivos a maximizar, un tipo de recurso a repartir (\$150,000) y la aplicación de diez proyectos. En la Tabla A.1 se presenta la información que concierne a las propuestas participantes.

Tabla A.2: Descripción de tres posibles carteras para el problema

Cartera	Índices de los proyectos integrantes	Objetivo 1	Objetivo 2	Costo
x_1	2, 4, 8, 10	65	50	\$150,000
x_2	1, 5, 6	120	5	\$142,000
x_3	1, 2, 9	80	48	\$150,000

Asimismo, se proponen tres carteras cuyas características se resumen en la Tabla A.2. En base a esta información puede estimarse $\sigma(x, y)$ para cada par de carteras. Supongamos que los valores $W = \langle 0.6, 0.4 \rangle$, $U = \langle 10, 2 \rangle$, $S = \langle 32, 22 \rangle$ y $V = \langle 55, 40 \rangle$ representan aceptablemente las preferencias de un DM encarando este problema.

Para ejemplificar se calculará $c(x_1, x_2)$ utilizando los valores de la Tabla A.2:

$$c(x_1, x_2) = c_1(x_1, x_2) + c_2(x_1, x_2) = 0 + 0.4 = 0.4,$$

y similarmente puede calcularse $c(x, y)$ para las tres alternativas y arreglarse en forma de matriz:

$c(x, y)$	x_1	x_2	x_3
x_1	—	0.4	0.4
x_2	0.6	—	0.6
x_3	1.0	0.4	—

A manera de ejemplo se calculará el índice de discordancia para $d(x_1, x_3)$:

$$d(x_1, x_3) = \min \{1 - d_1(x_1, x_3), 1 - d_2(x_1, x_3)\} = \min \{1 - 0, 1 - 0\},$$

$$d(x_1, x_3) = \min \{1, 1\} = 1,$$

donde $\nabla_1(x_1, x_3) = 15$ y $\nabla_2(x_1, x_3) = -2$.

De manera análoga puede calcularse $d(x, y)$ para cada par de alternativas, y al arreglarse los valores en forma de matriz queda

$d(x, y)$	x_1	x_2	x_3
x_1	—	0	1
x_2	0	—	0
x_3	1	0.6522	—

Subsecuentemente puede realizarse $\sigma(x, y) = c(x, y) \cdot d(x, y)$, quedando

$\sigma(x, y)$	x_1	x_2	x_3
x_1	—	0	0.4
x_2	0	—	0
x_3	1	0.26088	—

Para concluir, puede aplicarse el modelo de sobreclasificación descrito en la Sección 4.3, usando $\epsilon = 0.1$, $\beta = 0.4$ y $\lambda = 0.7$ se cumplen las siguientes relaciones:

- x_1Rx_2 : x_1 y x_2 son incomparables, ya que $\sigma(x_1, x_2) < 0.5$ y $\sigma(x_2, x_1) < 0.5$.
- x_2Rx_3 : x_2 y x_3 también cumplen las condiciones de incomparabilidad.
- x_3Px_1 : x_3 es preferida estrictamente sobre x_1 , ya que $\sigma(x_3, x_1) > \lambda$ y $\sigma(x_1, x_3) < 0.5$.

A partir de tales relaciones se concluye que, para este problema, x_2 y x_3 pertenecen a la frontera no superada estrictamente y, a su vez, a la frontera no superada débilmente. Esta condición automáticamente descarta a x_1 como el mejor compromiso. Entre x_2 y x_3 , obsérvese que x_3 tiene mayor valor en flujo neto, por lo que se convierte en la prescripción final que será sugerida al DM por este modelo de sobreclasificación.

Bibliografía

- Adenso-Díaz, B. & Laguna, M. (2006). Fine-tuning of algorithms using fractional experimental designs and local search. *Operations Research*, 54(1), 99–114.
- Allmendinger, R., Li, X., & Branke, J. (2008). Reference point-based particle swarm optimization using a steady-state approach. In *Simulated Evolution and Learning. Proceedings of the 7th international conference on Simulated Evolution and Learning (SEAL'08)*, Lecture Notes in Computer Science (pp. 200–209). Melbourne, Australia: Springer-Verlag.
- Amiri, B. (2012). A multi-objective hybrid optimization algorithm for project selection problem. *Journal of Basic and Applied Scientific Research*, 2(7), 6995–7002.
- Argyris, N., Figueira, J., & Morton, A. (2011). *Portfolio Decision Analysis*, volume 162 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter Interactive Multicriteria Methods in Portfolio Decision Analysis, (pp. 107–130). Springer New York.
- Badri, M. A., Davis, D., & Davis, D. (2001). A comprehensive 0-1 goal programming model for project selection. *International Journal of Project Management*, 19(4), 243–252.
- Bastiani, S., Cruz, L., Fernandez, E., Gomez, C., & Rivera, G. (2014). *Recent Advances on Hybrid Approaches for Designing Intelligent Systems*, chapter Quality-assessment model for portfolios of projects expressed by a priority ranking, (pp. 555–565). Studies in Computational Intelligence. Springer International Publishing.
- Battiti, R. & Passerini, A. (2010). Brain-computer evolutionary multiobjective optimization: A genetic algorithm adapting to the decision maker. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14(5), 671–687.
- Bechikh, S. (2013). *Incorporating Decision Maker's Preference Information in Evolutionary Multi-objective Optimization*. PhD thesis, High Institute of Management of Tunis, University of Tunis, Tunis, Tunisia.
- Bechikh, S., Ben, S. L., & Ghédira, K. (2010). *The R-dominance: a new dominance relation for preference-based evolutionary multi-objective optimization*. Technical Report BS-2010-001. Technical Report BS-2010-001, SOIE Research Unit, High Institute of Management of Tunis, University of Tunis, Tunis, Tunisia.

- Berrichi, A., Yalaoui, F., Amodeo, L., & Mezghiche, M. (2010). Bi-objective ant colony optimization approach to optimize production and maintenance scheduling. *Computers & Operations Research*, 37(9), 1584–1596.
- Birattari, M., Yuan, Z., Balaprakash, P., & Stützle, T. (2010). *Experimental Methods for the Analysis of Optimization Algorithms*, chapter F-Race and Iterated F-Race: An Overview, (pp. 311–336). Springer Berlin Heidelberg.
- Boardman, A. (1996). *Cost-benefit Analysis: Concepts and Practices*. Prentice Hall.
- Bouyssou, D., Marchant, T., Pirlot, M., Perny, P., Tsoukiàs, A., & Vincke, P. (2000). *Evaluation and Decision Models: A critical perspective*. Kluwer Academic Publishers.
- Branke, J. & Deb, K. (2005). *Knowledge Incorporation in Evolutionary Computation*, volume 167 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, chapter Integrating user preferences into evolutionary multi-objective optimization, (pp. 461–478). Springer Berlin Heidelberg.
- Branke, J., Kaussler, T., & Schmeck, H. (2001). Guidance in evolutionary multi-objective optimization. *Advances in Engineering Software*, 32(6), 499–507.
- Brans, J. & Mareschal, B. (1990). *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, chapter The Promethee Methods for MCDM; The Promcalc, Gaia And Bankadviser Software, (pp. 216–252). Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Brans, J. & Mareschal, B. (2005). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, volume 78 of *International Series on Operations Research & Management Science*, chapter Promethee methods, (pp. 163–190). Springer-Verlag: Berlin.
- Brans, J., Vincke, P., & Mareschal, B. (1986). How to select and how to rank projects: The promethee method. *European Journal of Operational Research*, 24(2), 228–238.
- Brealey, R. & Myers, S. (2002). *Principles of Corporate Finance*. McGraw Hill, 7th edition.
- Buchanan, J., Sheppard, P., & Vanderpooten, D. (1999). *Project Ranking Using ELECTRE III*. Research report series. Department of Management Systems, University of Waikato.
- Buchanan, J. & Vanderpooten, D. (2007). Ranking projects for an electricity utility using ELECTRE iii. *International Transactions in Operational Research*, 14(4), 309–323.
- Carazo, A., Contreras, I., Gomez, T., & Perez, F. (2011). A project portfolio selection problem in a group decision-making context. *Journal of Industrial and Management Optimization*, 8(1), 243–261.
- Carazo, A., Gomez, T., Molina, J., Hernández-Díaz, A., Guerrero, F., & Caballero, R. (2010). Solving a comprehensive model for multiobjective project portfolio selection. *Computers & Operations Research*, 37(4), 630–639.

- Chaharsooghi, S. & Kermani, A. H. M. (2008). An effective ant colony optimization algorithm for multi-objective resource allocation problem. *Applied Mathematics and Computation*, 200(1), 167–177.
- Chen, A. & Chyu, C. (2010). Applying memetic algorithm in multi-objective resource allocation among competing projects. *Journal of Software*, 5(8), 802–809.
- Clawson, M. & Knetsch, J. L. (1978). *Economics of outdoor recreation*. Johns Hopkins University Press.
- Coello Coello, C., Lamont, G. B., & van Veldhuizen, D. A. (2007). *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Genetic and Evolutionary Computation. Springer-Verlag New York, 2nd edition.
- Coello Coello, C. & Toscano, G. (2001). *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume 1993 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter A Micro-Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization, (pp. 126–140). Springer Berlin Heidelberg.
- Corne, D. & Knowles, J. (2007). Techniques for highly multiobjective optimisation: some nondominated points are better than others. In *Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation, GECCO'07* (pp. 773–780). New York, NY, USA.
- Covantes, E., Fernandez, E., & Navarro, J. (2013). Robustness analysis of a MOEA-based elicitation method for outranking model parameters. In *10th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)* (pp. 209–214).: IEEE.
- Cruz, L., Fernandez, E., Gomez, C., & Rivera, G. (2013). Multicriteria selection of interdependent projects with 'a priori' incorporation of decision maker preferences. In *Eureka 2013. Fourth International Workshop Proceedings* (pp. 169–178).: Atlantis Press.
- Cruz, L., Fernandez, E., Gomez, C., Rivera, G., & Perez, F. (2014). Many-objective portfolio optimization of interdependent projects with 'a priori' incorporation of decision-maker preferences. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8, 1517–1531.
- Cvetkovic, D. & Parmee, I. C. (2002). Preferences and their application in evolutionary multiobjective optimisation. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(1), 42–57.
- Das, I. & Dennis, J. (1997). A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems. *Structural Optimization*, 14(1), 63–69.
- Davis, K. & McKeown, P. (1986). *Modelos Cuantitativos para Administración*. Editorial Iberoamericana.
- De, P. K., Acharya, D., & Sahu, K. C. (1982). A chance-constrained goal programming model for capital budgeting. *The journal of the operational research society*, 33(7), 635–638.

- De Castro, L. N. & Timmis, J. (2002). *An Introduction to Artificial Immune Systems: A New Computational Intelligence Paradigm*. London: Springer.
- Deb, K. (1999). *Multi-objective evolutionary algorithms: Introducing bias among Pareto optimal solutions*. Technical Report KanGAL Report 99002. Technical Report KanGAL Report 99002, Indian Institute of Technology, Kanpur, India.
- Deb, K. & Kumar, A. (2007). Interactive evolutionary multi-objective optimization and decision making using reference direction method. In *Proceedings of the 9th Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO'07)* (pp. 781–788). London, UK: ACM.
- Deb, K., Sinha, A., Korhonen, P., & Wallenius, J. (2010). An interactive evolutionary multiobjective optimization method based on progressively approximated value functions. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14(5), 723–739.
- Deb, K., Sundar, J., Bhaskara, U., & Chaudhuri, S. (2006). Reference point based multiobjective optimization using evolutionary algorithms. *International Journal of Computational Intelligence Research*, 2(3), 273–286.
- Deng, G.-F. & Lin, W.-T. (2010). *Swarm, Evolutionary, and Memetic Computing*, volume 6466 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Ant Colony Optimization for Markowitz Mean-Variance Portfolio Model, (pp. 238–245). Springer Berlin Heidelberg.
- Dias, L. & Mousseau, V. (2006). Inferring ELECTRE's veto-related parameters from outranking examples. *European Journal of Operational Research*, 170(1), 172–191.
- Doerner, K., Gutjahr, W., Hartl, R., Strauss, C., & Stummer, C. (2004). Pareto ant colony optimization: A metaheuristic approach to multiobjective portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 131(1–4), 79–99.
- Doerner, K., Gutjahr, W., Hartl, R., Strauss, C., & Stummer, C. (2006). Pareto ant colony optimization with ILP preprocessing in multiobjective project portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 171(3), 830–841.
- Dorfman, R. (1996). Why cost-benefit analysis is widely disregarded and what to do about it? *Interfaces*, 26(1), 1–6.
- Dorigo, M. & Gambardella, L. M. (1997). Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), 53–66.
- Doumpos, M., Marinakis, Y., Marinaki, M., & Zopounidis, C. (2009). An evolutionary approach to construction of outranking models for multicriteria classification: The case of the ELECTRE TRI method. *European Journal of Operational Research*, 199(2), 496–505.
- Doumpos, M. & Zopounidis, C. (2014). *Optimization in Science and Engineering*, chapter The Robustness Concern in Preference Disaggregation Approaches for Decision Aiding: An Overview, (pp. 157–177). Springer New York.

- Dréo, J. (2009). Using performance fronts for parameter setting of stochastic metaheuristics. In *Proceedings of the 11th Annual Conference Companion on Genetic and Evolutionary Computation* (pp. 2197–2200).
- EU Health Programme (2011). Call for proposals for projects. programme of community action in the field of health (última visita en 13th of marzo, 2014). Disponible en http://ec.europa.eu/eahc/documents/health/calls/2011/2011_CALL_TEXT_PROJECTS.phttp://ec.europa.eu/eahc/documents/health/calls/2011/2011_CALL_TEXT_PROJECTS.pdf.
- Feltl, H. & Raidl, G. (2004). An improved hybrid genetic algorithm for the generalized assignment problem. In *Proceedings of the 2003 ACM Symposium on Applied Computing* (pp. 990–995). New York, NY, USA: ACM Press.
- Fernandez, E., Lopez, E., Bernal, S., Coello Coello, C. A., & Navarro, J. (2010). Evolutionary multiobjective optimization using an outranking-based dominance generalization. *Computers & Operations Research*, 37(2), 390–395.
- Fernandez, E., Lopez, E., & Coello Coello, C. (2011). Increasing selective pressure towards the best compromise in evolutionary multiobjective optimization: The extended nosga method. *Information Sciences*, 181(1), 44–56.
- Fernandez, E., Lopez, E., Mazcorro, G., Olmedo, R., & Coello Coello, C. (2013). Application of the non-outranked sorting genetic algorithm to public project portfolio selection. *Information Sciences*, 228(0), 131–149.
- Fernandez, E. & Navarro, J. (2001). Modelo y sistema de apoyo a la decisión para problemas de cartera de proyectos con relevancia social. *Gestión y Política Pública*, 10(1), 31–52.
- Fernandez, E. & Navarro, J. (2002). A genetic search for exploiting a fuzzy preference model of portfolio problems with public projects. *Annals of Operations Research*, 117(1–4), 191–213.
- Fernandez, E. & Navarro, J. (2005). Computer-based decision models for R&D project selection in public organizations. *Foundations of Computing and Decision Science*, 30(2), 103–131.
- Fernandez, E., Navarro, J., López, F., & Duarte, A. (2006). Intelligent techniques for r&d project selection in large public organizations. *Computación y Sistemas*, 10(1), 28–56.
- Fernandez, E., Navarro, J., & Mazcorro, G. (2012). Evolutionary multi-objective optimization for inferring outranking model's parameters under scarce reference information and effects of reinforced preference. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 37(3), 163–197.
- Figueira, J., Mosseau, V., & Roy, B. (2005). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, volume 78 of *International Series on Operations Research & Management Science*, chapter ELECTRE methods, (pp. 133–153). Springer-Verlag: Berlin.
- Figueira, J. & Roy, B. (2002). Determining the weights of criteria in the ELECTRE type methods with a revised simos' procedure. *European Journal of Operational Research*, 139(2), 317–326.

- Flemming, P., Purshouse, R., & Lygoe, R. (2005). *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume 3410 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Many-Objective Optimization: An Engineering Design Perspective, (pp. 14–32). Springer Berlin Heidelberg.
- Fonseca, C. & Fleming, P. G. (1993). Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization. In S. Forrest (Ed.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms* (pp. 416–423). San Mateo, California: Morgan Kaufmann.
- Fonseca, C. & Fleming, P. (1997). *Handbook of Evolutionary Computation*, volume 1, chapter Multiobjective Optimization, (pp. C4.5:1–C4.5:9). Institute of Physics Publishing and Oxford University Press.
- Fowler, J. W., Gel, E. S., Köksalan, M., Korhonen, P., Marquis, J. L., & Wallenius, J. (2010). Interactive evolutionary multi-objective optimization for quasi-concave preference functions. *European Journal of Operational Research*, 206(2), 417–425.
- French, S. (1993). *Decision Theory: An Introduction to the Mathematics of Rationality*. Ellis Horwood series in mathematics and its applications. Ellis Horwood.
- Frikha, H., Chabchoub, H., & Martel, J.-M. (2010). Inferring criteria's relative importance coefficients in PROMETHEE ii. *International Journal of Operational Research*, 7(2), 257–275.
- Fua, Y., Ward, M., & Rundensteiner, E. (1999). Hierarchical parallel coordinates for exploration of large datasets. In *VIS '99 Proceedings of the conference on Visualization '99: celebrating ten years* (pp. 43–50).: IEEE Computer Society Press.
- Gaytán, J. & García, J. (2009). Multicriteria decision on interdependent infrastructure transportation projects using an evolutionary-based framework. *Applied Soft Computing*, 9(2), 512–526.
- Ghasemzadeh, F. & Archer, N. (2000). Project portfolio selection through decision support. *Decision Support Systems*, 29(1), 73–88.
- Ghasemzadeh, F., Archer, N., & Iyogun, P. (1999). A zero-one model for project portfolio selection and scheduling. *Journal of the Operational Research Society*, 50(7), 745–755.
- Ghorbani, S. & Rabbani, M. (2009). A new multi-objective algorithm for a project selection problem. *Advances in Engineering Software*, 40, 9–14.
- Glover, F. & Laguna, M. (1997). *Tabu Search*. Boston, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.
- Gomez, C., Fernandez, E., Cruz, L., Bastiani, S., Rivera, G., & Ruiz, V. (2013). *Recent Advances on Hybrid Intelligent Systems*, volume 451 of *Studies in Computational Intelligence*, chapter Memetic algorithm for solving the problem of social portfolio using outranking model, (pp. 335–248). Springer Berlin Heidelberg.

- Graham, D. (1981). Cost-benefit analysis under uncertainty. *The American Economic Review*, 71(4), 715–725.
- Greenwood, G. W., Hu, X. S., & D'Ambrosio, J. C. (1996). *Foundations of Genetic Algorithms*, chapter Fitness functions for multiple objective optimization problems: combining preferences with Pareto rankings, (pp. 437–455). Morgan Kaufmann.
- Gutjhar, W., Katzensteiner, S., Reiter, P., Stummer, C., & Denk, M. (2010). Multi-objective decision analysis for competence-oriented project portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 205(3), 670–679.
- Hallerbach, W., Ning, H., Soppe, A., & Spronk, J. (2004). A framework for managing a portfolio of socially responsible investments. *European Journal of Operational Research*, 153(2), 517–529.
- Hanley, N. (1992). Are there environmental limits to cost benefit analysis? *Environmental and Resource Economics*, 2(1), 33–59.
- Hart, W. E., Krasnogor, N., & Smith, J. E., Eds. (2005). *Recent Advances in Memetic Algorithms*, volume 166 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer, Berlin.
- Horn, J., Nafpliotis, N., & Goldberg, D. E. (1994). A niched pareto genetic algorithm for multi-objective optimization. In *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, volume 1 (pp. 82–87). Piscataway, New Jersey: IEEE Service Center.
- Hughes, E. (2005). Evolutionary many-objective optimisation: many once or one many? In *The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, volume 1 (pp. 222–227). Edinburgh, Scotland.
- Inselberg, A. & Dimsdale, B. (1991). *Human-Machine Interactive Systems*, chapter Parallel Coordinates, (pp. 199–233). Languages and Information Systems. Springer US: US.
- Iredi, S., Merkle, D., & Middendorf, M. (2001). *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume 1993 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Bi-Criterion Optimization with Multi Colony Ant Algorithms, (pp. 359–372). Springer Berlin Heidelberg.
- Ishibuchi, H., Tsukamoto, N., & Nojima, Y. (2008). Evolutionary many-objective optimization: A short review. In *Proceedings of Evolutionary Computation, 2008 (CEC'2008)* (pp. 2419–2426).: IEEE.
- Jacquet-Lagrèze, E. & Siskos, Y. (2001). Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience. *European Journal of Operational Research*, 130(2), 233–245.
- Jin, Y. C. & Sendhoff, B. (2002). Incorporation of fuzzy preferences into evolutionary multiobjective optimization. In *Proceedings of the 4th Asia-Pacific conference on Simulated Evolution and Learning* Nanyang, Singapore.
- Jourdan, L., Basseur, M., & Talbi, E. (2009). Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 620–629.

- Kennedy, J. & Eberhart, R. C. (2001). *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann Publishers.
- Klapka, J. & Piños, P. (2002). Decision support system for multicriterial R&D and information systems projects selection. *European Journal of Operational Research*, 140(2), 234–446.
- Klapka, J., Piños, P., & Ševčík, V. (2013). *Handbook of Optimization. From Classical to Modern Approach*, volume 38 of *Intelligent Systems Reference Library*, chapter Multicriterial Projects Selection, (pp. 245–261). Springer Berlin Heidelberg.
- Klein, R. & Bawa, V. (1976). The effect of estimation risk on optimal portfolio choice. *Journal of Financial Economics*, 3(3), 215–231.
- Kleinmuntz, D. (2011). *Portfolio Decision Analysis. Improved methods for resource allocation*, volume 162 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter Foreword, (pp. v–vii). Springer Science & Business Media.
- Kloeber, J. (2011). *Portfolio Decision Analysis, Improved Methods for Resource Allocation*, volume 162 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter Current and Cutting Edge Methods of Portfolio Decision Analysis in Pharmaceutical R&D, (pp. 283–331). Springer New York.
- Köksalan, M. & Karahan, I. (2010). An interactive territory defining evolutionary algorithm: iTDEA. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14(5), 702–722.
- Kremmel, T., Kubalik, J., & Biffl, S. (2011). Software project portfolio optimization with advanced multi-objective evolutionary algorithm. *Applied Soft Computing*, 11(1), 1416–1426.
- Liesiö, J., Mild, P., & Salo, A. (2008). Robust portfolio modeling with incomplete cost information and project interdependencies. *European Journal of Operational Research*, 190(3), 679–695.
- Liesiö, J., Pekka, M., & Salo, A. (2007). Preference programming for robust portfolio modeling and project selection. *European Journal of Operational Research*, 181(3), 1488–1505.
- Litvinchev, I., Lopez, F., Alvarez, A., & Fernandez, E. (2010). Large-scale public R&D portfolio selection by maximizing a biobjective impact measure. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 40(3), 572–582.
- Litvinchev, I., Lopez, F., Escalante, H., & Mata, M. (2011). A milp bi-objective model for static portfolio selection of R&D projects with synergies. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 50(6), 942–952.
- López, A., Arias, A., & Coello Coello, C. (2011). Preference incorporation to solve many-objective airfoil design problems. In *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'11)* (pp. 1605–1612). New Orleans: IEEE.

- López, J., Coello Coello, C., Oyama, K., & Fujii, K. (2013). *Proceedings of Evolutionary Multi-Criterion Optimization - EMO 2013*, chapter Alternative Preference Relation to Deal with Many-Objective Optimization Problems, (pp. 291–306). Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag.
- Marakas, G. (1998). *Decision support systems in the twenty-first century*. Pennsylvania, US: Prentice Hall, 2nd edition.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Medaglia, A., Graves, S., & Ringuest, J. (2007). A multiobjective evolutionary approach for linearly constrained project selection under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 869–984.
- Mendenhall, W. & Sincich, T. (1997). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*, chapter Estadística no paramétrica, (pp. 919–974). Prentice-Hall Hispanoamericana, 4th edition.
- Metaxiotis, K. & Liagkouras, K. (2012). Multiobjective evolutionary algorithms for portfolio management: A comprehensive literature review. *Expert Systems with Applications*, 39(39), 11685–11698.
- Miller, G. (1956). The magical number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63(2), 81–97.
- Molina, J., Santana-Quintero, L. V., Hernández-Díaz, A. G., Coello Coello, C. A., & Caballero, R. (2009). G-dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics. *European Journal of Operational Research*, 197(2), 685–692.
- Montibeller, G. & Franco, L. (2011). *Portfolio Decision Analysis*, volume 162 of *International Series in Operations Research & Management Sciences*, chapter Resource allocation in local government with facilitated portfolio decision analysis, (pp. 259–281). Springer New York.
- Mosseau, V. & Slowinski, R. (1998). Inferring an ELECTRE TRI model from assignment examples. *Journal of Global Optimization*, 12(2), 157–174.
- Mousseau, V., Figueira, J., & Naux, J. (2001). Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results. *European Journal of Operational Research*, 130(2), 263–275.
- Mustajoki, J., Hamalainen, R., & Salo, A. (2005). Decision support by interval SMART/SWING — incorporating imprecision in the SMART and SWING methods. *Decision Sciences*, 36(2), 317–339.
- Navarro, J. (2000). Modelo y sistemas de apoyo a la decisión para la formación de carteras de proyectos de importancia social. Master's thesis, Universidad Autónoma de Sinaloa.

- Osyczka, A. (1978). An approach to multicriterion optimization problems for engineering design. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 15(3), 309–333.
- Pareto, V. (1896). *Cours D'Économie Politique*. Université de Laussane.
- Plateau, A., Tachat, D., & Tolla, P. (2002). A hybrid search combining interior point methods and metaheuristics for 0–1 programming. *International Transactions in Operational Research*, 9, 731–746.
- Puchinger, J. & Raidl, J. (2005). *Artificial Intelligence and Knowledge Engineering Applications: A Bioinspired Approach*, volume 3562 of *Lecture Notes in Computer Science*, chapter Combining Metaheuristics and Exact Algorithms in Combinatorial Optimization: A Survey and Classification, (pp. 41–53). Springer Berlin Heidelberg.
- Purshouse, R. & Flemming, P. (2007). On the evolutionary optimization of many conflicting objectives. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 11(6), 770–784.
- Purshouse, R. C. & Fleming, P. J. (2003). Evolutionary many-objective optimisation: An exploratory analysis. In *The 2003 Congress on Evolutionary Computation (CEC'03)*, volume 3 (pp. 2066–2073): IEEE.
- Rachmawati, L. & Srinivasan, D. (2010). Incorporating the notion of relative importance of objectives in evolutionary multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14(4), 530–546.
- Reiter, P. (2010). *Matheuristic Algorithms for Solving Multi-objective/Stochastic Scheduling and Routing Problems*. PhD thesis, Universität Wein, Austria, Vienna.
- Reynolds, R. G. (1994). An introduction to cultural algorithms. In A. V. Sebald & L. J. Fogel (Eds.), *Proceedings of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming* New Jersey, USA: World Scientific.
- Rivera, G., Gomez, C., Fernandez, E., Cruz, L., Castillo, O., & Bastiani, S. (2013). *Recent Advances on Hybrid Intelligent Systems*, volume 451 of *Studies in Computational Intelligence*, chapter Handling of synergy into an algorithm for project portfolio selection, (pp. 417–430). Springer Berlin Heidelberg.
- Rivera, G., Gomez, C., García, R., Balderas, F., Fernandez, E., & Lopez, F. (2012). Solution to the social portfolio problem by evolutionary algorithms. *International Journal of Combinatorial Optimization Problems and Informatics*, 3(2), 21–30.
- Rogers, M. & Bruen, M. (1998). Choosing realistic values of indifference, preference and veto thresholds for use with environmental criteria within electre. *European Journal of Operational Research*, 107(3), 542–551.
- Rosenberg, R. S. (1967). *Simulation of genetic populations with biochemical properties*. PhD thesis, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA.

- Roy, B. (1968). Classement et choix en presence de points de vue multiples: La methode ELECTRE. *R.I.R.O.*, 8, 57–75.
- Roy, B. (1990). *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*, chapter The Outranking Approach and the Foundations of Electre Methods, (pp. 155–183). Springer Berlin Heidelberg.
- Roy, B. (1996). *Multicriteria Methodology for Decision Aiding. Nonconvex Optimization and its Applications*. Springer.
- Salo, A., Keisler, J., & Morton, A. (2011). *Portfolio Decision Analysis. Improved methods for resource allocation*, volume 162 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter An invitation to Portfolio Decision Analysis, (pp. 3–27). Springer New York.
- Sapag, N. & Sapag, R. (2008). *Preparación y Evaluación de proyecto*. Mc Graw-Hill, 5th edition.
- Simon, H. (1957). *Models of Man: Social and Rational; mathematical essays on rational human behavior in a social setting*. New York: John Wiley.
- Smith, A. (1776). *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. W. Strahan & T. Cadell.
- Srinivas, N. & Deb, K. (1994). Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, 2(3), 221–248.
- Stadler, W. (1986). *Recent Advances and Historical Development of Vector Optimization*, chapter Initiators of Multicriteria Optimization, (pp. 3–47). Springer-Verlag.
- Stummer, C. & Heidenberger, K. (2003). Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 50(2), 175–183.
- Taylor, B., Moore, L., & Clayton, E. (1982). R&D project selection and manpower allocation with integer nonlinear goal programming. *Management science*, 28(10), 1149–1158.
- Toppila, A., Liesiö, J., & Salo, A. (2011). *Portfolio Decision Analysis, Improved methods for resource allocation*, volume 162 of *International Series in Operations Research & Management Science*, chapter A resource allocation model for R&D investments: a case study in telecommunication standardization, (pp. 241–258). Springer New York.
- Wagner, T. & Trautmann, H. (2010). Integration of preferences in hypervolume-based multi-objective evolutionary algorithms by means of desirability functions. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 14(5), 688–701.
- Wang, C. & Masud, A. (1979). *Multiple objective decision making-methods and applications: a state-of-the-art survey*, volume 164 of *Lecture notes in economics and mathematical systems*. Springer-Berlin.

- Yagmahan, B. & Yenisey, M. M. (2008). Ant colony optimization for multi-objective flow shop scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 54(3), 411–420.
- Zhao, X., Yang, Y., Wu, G., Yang, J., & Xue, X. (2012). A dynamic and fuzzy modeling approach for multi-objective R&D project portfolio selection. *Journal of Convergence Information Technology*, 7(1), 36–44.
- Zitzler, E., Brockhoff, D., & Thiele, L. (2007). The hypervolume indicator revisited: On the design of pareto-compliant indicators via weighted integration. In *Proceedings of the 4th international conference on Evolutionary Multi-criterion Optimization (EMO'07)* (pp. 862–876). Matsushima, Japan: Springer-Verlag.
- Zitzler, E., Laumanns, M., & Thiele, L. (2001). *SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm*. Technical Report 103. Technical report, Computer Engineering and Networks Laboratory (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH).